

**REV-VAR-2223-ASM-SET 1-MATH****建議題解****多項選擇題**1. **[C]**

設  $x = \frac{k\sqrt{y}}{z^3}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\frac{3}{2} = \frac{k\sqrt{4}}{3^3}$$

$$k = \frac{81}{4}$$

$$\text{因此, } x = \frac{81\sqrt{y}}{4z^3}.$$

2. **[D]**

設  $z = \frac{kx}{\sqrt{y}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。則  $k = \frac{z\sqrt{y}}{x}$ 。

$$k = \frac{4\sqrt{16}}{4} = \frac{z\sqrt{4}}{16} \Rightarrow z = 32$$

3. **[D]**

設  $z = kx^2\sqrt{y}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$7 = k(1)^2\sqrt{36}$$

$$k = \frac{7}{6}$$

$$\begin{aligned}\text{所求之值} &= \frac{7}{6}(3)^2\sqrt{144} \\ &= 126\end{aligned}$$

4. **[B]**

設  $c = ka\sqrt{n}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$312\,000 = k(600)\sqrt{25}$$

$$k = 104$$

$$\text{裝修費} = 104(800)\sqrt{9}$$

$$= 249\,600$$

5. **[A]**

設  $x = \frac{k}{y^3z}$ ，其中  $k$  為一常數。

則  $k = xy^3z$  為一常數。

6. [A]

設  $y = \frac{k\sqrt{x}}{z^2}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

則  $k = \frac{yz^2}{\sqrt{x}}$  及  $\frac{x}{y^2z^4} = k^{-2}$  為一常數。

7. [D]

設  $z = \frac{k\sqrt{x}}{y^2}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

則  $k = \frac{y^2z}{\sqrt{x}}$ 。

$\frac{y^4z^2}{x} = k^2$  為一常數。

8. [A]

設  $a = \frac{kb^2}{\sqrt{c}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。則  $k = \frac{a\sqrt{c}}{b^2}$  為一常數。

9. [D]

設  $y = ax^3$  及  $z = \frac{b}{y^2}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。

則  $z = \frac{b}{a^2x^6}$ 。

I. ✓ °  $zy^2 = b$  為一常數。

II. ✓ °  $zx^6 = \frac{b}{a^2}$  為一常數。

III. ✓ °  $\frac{zy^4}{x^6} = \frac{(zy^2)^2}{zx^6} = \frac{b^2}{\left(\frac{b}{a^2}\right)}$  為一常數。

10. [A]

設  $y = \frac{kx}{\sqrt{z}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

則  $k = \frac{y\sqrt{z}}{x}$ 。

因此， $\frac{x}{y\sqrt{z}} = \frac{1}{k}$  必為一常數。

11. [D]

設  $x = \frac{ky^3}{\sqrt{z}}$ ，其中  $k$  為非零常數。

$$k = \frac{x\sqrt{z}}{y^3}$$

$$k^2 = \frac{x^2z}{y^6}$$

$$\frac{y^6}{x^2z} = \frac{1}{k^2} = \text{常數}$$

12. [B]

可得  $x = \frac{k\sqrt{z}}{y}$ 。

故此， $k = \frac{xy}{\sqrt{z}}$  為一常數  $\Rightarrow k^2 = \frac{x^2y^2}{z}$  同為常數。

13. [B]

設  $w = \frac{k\sqrt{u}}{v}$ ，其中  $k$  為一非零常數。則  $k = \frac{vw}{\sqrt{u}}$ 。

故此， $\frac{wv}{\sqrt{u}} = k$  為一常數。

14. [C]

設  $z = \frac{a}{x^2}$  及  $x = b\sqrt{y}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。

$$\begin{aligned} z &= \frac{a}{(b\sqrt{y})^2} \\ &= \frac{a}{b^2y} \end{aligned}$$

因此， $z \propto \frac{1}{y}$ 。

15. [C]

設  $x = \frac{k\sqrt{y}}{z}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\begin{aligned} x &= \frac{k\sqrt{\frac{4z}{3}}}{z} \\ &= k\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \end{aligned}$$

因此， $x \propto \frac{1}{\sqrt{z}}$ 。

16. [D]

設  $x = \frac{ky^2}{\sqrt{z}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$x = \frac{ky^2}{\sqrt{z}}$$

$$\sqrt{z} = \frac{ky^2}{x}$$

$$z = \frac{k^2y^4}{x^2}$$

因此， $z \propto \frac{y^4}{x^2}$ 。

17. [A]

設  $c = \frac{ka^2}{b}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{k(0.4a)^2}{1.6b} - \frac{ka^2}{b}}{\frac{ka^2}{b}} \times 100\%$$

$$= -90\%$$

1A

18. [B]

設  $z = \frac{ky}{x^2}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{k(1.35y)}{(1.25x)^2} - \frac{ky}{x^2}}{\frac{ky}{x^2}} \times 100\% = -13.6\%$$

19. [A]

設  $z = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{k(0.6x)^2}{\sqrt{1.44y}} - \frac{kx^2}{\sqrt{y}}}{\frac{kx^2}{\sqrt{y}}} \times 100\% = -70\%$$

20. [A]

設  $p = \frac{kr}{q^2}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 - 10\%}{(1 + 20\%)^2}$$

$$= 0.625$$

$p$  減小  $37.5\%$ 。

21. [D]

設  $z = \frac{k\sqrt{x}}{y^3}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\text{百分變化} = \frac{\frac{k\sqrt{1.1x}}{(0.9y)^3} - \frac{k\sqrt{x}}{y^3}}{\frac{k\sqrt{x}}{y^3}} \times 100\%$$

$$\approx 43.9\%$$

22. [D]

設  $z = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$z' = \frac{(1.1)^2}{\sqrt{1 - 0.36}}$$

$$= 1.5125$$

$z$  增加  $51.25\%$ 。

23. [D]

設  $x = \frac{ky^2}{z}$ ，其中  $k$  為非零常數。

$$\begin{aligned}\frac{x_2}{x_1} &= \frac{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2}{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} \\ &= \frac{1.2^2}{0.8} \\ &= 1.8\end{aligned}$$

上升百分比 = 80%

24. [B]

設  $x = \frac{kz}{\sqrt{y}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k(0.88z)}{\sqrt{1.21y}} - \frac{kz}{\sqrt{y}}}{\frac{kz}{\sqrt{y}}} \times 100\% \\ &= -20\%\end{aligned}$$

25. [D]

設  $z = \frac{kx}{y^2}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\begin{aligned}z \text{ 的百分比變化} &= \frac{\frac{k(0.9x)}{(0.75y)^2} - \frac{kx}{y^2}}{\frac{kx}{y^2}} \\ &= +60\%\end{aligned}$$

26. [B]

設  $x = \frac{k\sqrt{y}}{z^2}$ ，其中  $k$  為非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k\sqrt{1.44y}}{(0.8z)^2} - \frac{k\sqrt{y}}{z^2}}{\frac{k\sqrt{y}}{z^2}} \times 100\% \\ &= 87.5\%\end{aligned}$$

27. [D]

設  $z = \frac{k\sqrt{x}}{y}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

$$\begin{aligned}\frac{z_2}{z_1} &= \frac{\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}}{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{1 - 0.36}}{1 + 0.6} \\ &= 0.5\end{aligned}$$

$z$  減小 50%。

28. [A]

設  $w = \frac{ku^3}{\sqrt{v}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

則  $v = \frac{k^2 u^6}{w^2}$ 。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k^2(1.1u)^6}{(1.21w)^2} - \frac{k^2u^6}{w^2}}{\frac{k^2u^6}{w^2}} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{1.1^6}{1.21^2} - 1}{1} \times 100\% \\ &= 21\%\end{aligned}$$

29. [B]

設  $a = mb^2$  及  $\sqrt{b} = \frac{n}{c}$ ，其中  $m$  及  $n$  均為非零常數。

則  $c = \frac{n}{\sqrt{b}} = \frac{nm^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}} = \frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}$ ，其中  $p = nm^{\frac{1}{4}}$  為一常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{(1.3a)^{\frac{1}{4}}}{p} - \frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}}{\frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}} \approx -6.35\%$$

30. [C]

設  $z = \frac{kx}{\sqrt{y}}$ ，其中  $k$  為一非零常數。

I. ✗。當  $k \neq 1$  時，該方程則為錯誤。

$$\text{II. } \checkmark. \quad k = \frac{z\sqrt{y}}{x} \Rightarrow \frac{yz^2}{x^2} = k^2 = \text{常數}$$

$$\text{III. } \checkmark. \quad \frac{0.5z\sqrt{4y}}{x} = \frac{z\sqrt{y}}{x} = k. \quad \text{該百分比改變為正確。}$$

結構式試題

31. (a) 設  $f(x) = ax^2 + b$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A  
 可得  $9a + b = 27$  及  $64a + b = -83$ 。 1M  
 求解後，可得  $a = -2$  及  $b = 45$ 。 1A  
 $f(7) = -2(7)^2 + 45 = -53$  1A
- (b)  $a = f(7) = -53$  及  $b = f(-7) = -53$  1M  
 $ABCD$  的面積 =  $\frac{[(7+7)+6](53)}{2}$  1M+1M  
 $= 530$  1A
32. (a) 設  $f(x) = ax^2 + bx^3$ ，其中  $a$  及  $b$  為非零常數。 1A  

$$\begin{cases} -3 = a + b \\ -4 = 4a + 8b \end{cases}$$
 1M  
 求解後，可得  $a = -5$  及  $b = 2$ 。 1A  
 故此， $f(x) = -5x^2 + 2x^3$  及  $f(3) = -5(3)^2 + 2(3)^3 = 9$ 。 1A
- (b)  $f(m) = 9$   
 $-5m^2 + 2m^3 - 9 = 0$   
 $(m - 3)(2m^2 + m + 3) = 0$  1M  
 $m = 3$  或  $\frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$   
 $= 3$  或  $\frac{-1 \pm \sqrt{23}i}{4}$  1A  
 只有一個實根。同意該宣稱。 1A
33. (a) 設  $C = ar^2 + br^3$ ，其中  $a$  及  $b$  為非零常數。 1A  

$$\begin{cases} 64a + 512b = 80 \\ 100a + 1000b = 150 \end{cases}$$
 1M  
 求解後，可得  $a = \frac{1}{4}$  及  $b = \frac{1}{8}$ 。 1A  
 所求成本 =  $\frac{12^2}{4} + \frac{12^3}{8} = \$252$  1A
- (b) 設較小的球的半徑為  $R$  cm。  
 $\frac{4}{3}\pi(12)^3 = 10 \times \frac{4}{3}\pi R^3$  1A  
 $R \approx 5.57$   
 百分比變化 =  $\frac{10\left(\frac{R^2}{4} + \frac{R^3}{8}\right) - 252}{252} \times 100\%$  1M  
 $\approx 16.5\%$  1A

34. (a) 設  $V = at + bt^2$ ，其中  $a$  及  $b$  為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 5a + 25b = 190 \\ 15a + 225b = 510 \end{cases}$$

1M

求解後，可得  $a = 40$  及  $b = -\frac{2}{5}$ 。故此， $V = 40t - \frac{2t^2}{5}$ 。

1A

(b)  $V = 40(25) - \frac{2(25)^2}{5} = 750$

1M

考慮圖中的橫切面。當  $\theta$  為最大值時，水位剛好觸及  $B$  點。

設  $E$  為  $AD$  上的一點使得  $BE$  為水平。

$$\frac{(AE)(10)}{2}(10) = 1000 - 750$$

1M

$$AE = 5 \text{ cm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{AE}{10} \approx 26.6^\circ$$

1A