

REV-VAR-2223-ASM-SET 1-MATH**建議題解****多項選擇題**1. **C**

設 $x = \frac{k\sqrt{y}}{z^3}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\frac{3}{2} = \frac{k\sqrt{4}}{3^3}$$

$$k = \frac{81}{4}$$

因此， $x = \frac{81\sqrt{y}}{4z^3}$ 。

2. **D**

設 $z = \frac{kx}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。則 $k = \frac{z\sqrt{y}}{x}$ 。

$$k = \frac{4\sqrt{16}}{4} = \frac{z\sqrt{4}}{16} \Rightarrow z = 32$$

3. **D**

設 $z = kx^2\sqrt{y}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$7 = k(1)^2\sqrt{36}$$

$$k = \frac{7}{6}$$

$$\begin{aligned}\text{所求之值} &= \frac{7}{6}(3)^2\sqrt{144} \\ &= 126\end{aligned}$$

4. **B**

設 $c = ka\sqrt{n}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$312\,000 = k(600)\sqrt{25}$$

$$k = 104$$

$$\begin{aligned}\text{裝修費} &= 104(800)\sqrt{9} \\ &= 249\,600\end{aligned}$$

5. **A**

設 $x = \frac{k}{y^3z}$ ，其中 k 為一常數。

則 $k = xy^3z$ 為一常數。

6. A

設 $y = \frac{k\sqrt{x}}{z^2}$ ，其中 k 為一非零常數。

則 $k = \frac{yz^2}{\sqrt{x}}$ 及 $\frac{x}{y^2z^4} = k^{-2}$ 為一常數。

7. D

設 $z = \frac{k\sqrt{x}}{y^2}$ ，其中 k 為一非零常數。

則 $k = \frac{y^2z}{\sqrt{x}}$ 。

$\frac{y^4z^2}{x} = k^2$ 為一常數。

8. A

設 $a = \frac{kb^2}{\sqrt{c}}$ ，其中 k 為一非零常數。則 $k = \frac{a\sqrt{c}}{b^2}$ 為一常數。

9. D

設 $y = ax^3$ 及 $z = \frac{b}{y^2}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

則 $z = \frac{b}{a^2x^6}$ 。

I. ✓。 $zy^2 = b$ 為一常數。

II. ✓。 $zx^6 = \frac{b}{a^2}$ 為一常數。

III. ✓。 $\frac{zy^4}{x^6} = \frac{(zy^2)^2}{zx^6} = \frac{b^2}{\left(\frac{b}{a^2}\right)}$ 為一常數。

10. A

設 $y = \frac{kx}{\sqrt{z}}$ ，其中 k 為一非零常數。

則 $k = \frac{y\sqrt{z}}{x}$ 。

因此， $\frac{x}{y\sqrt{z}} = \frac{1}{k}$ 必為一常數。

11. D

設 $x = \frac{ky^3}{\sqrt{z}}$ ，其中 k 為非零常數。

$$k = \frac{x\sqrt{z}}{y^3}$$

$$k^2 = \frac{x^2z}{y^6}$$

$$\frac{y^6}{x^2z} = \frac{1}{k^2} = \text{常數}$$

12. B

可得 $x = \frac{k\sqrt{z}}{y}$ 。

故此， $k = \frac{xy}{\sqrt{z}}$ 為一常數 $\Rightarrow k^2 = \frac{x^2y^2}{z}$ 同為常數。

13. B

設 $w = \frac{k\sqrt{u}}{v}$ ，其中 k 為一非零常數。則 $k = \frac{vw}{\sqrt{u}}$ 。

故此， $\frac{wv}{\sqrt{u}} = k$ 為一常數。

14. C

設 $z = \frac{a}{x^2}$ 及 $x = b\sqrt{y}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

$$\begin{aligned} z &= \frac{a}{(b\sqrt{y})^2} \\ &= \frac{a}{b^2y} \end{aligned}$$

因此， $z \propto \frac{1}{y}$ 。

15. C

設 $x = \frac{k\sqrt{y}}{z}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned} x &= \frac{k\sqrt{\frac{4z}{3}}}{z} \\ &= k\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \end{aligned}$$

因此， $x \propto \frac{1}{\sqrt{z}}$ 。

16. D

設 $x = \frac{ky^2}{\sqrt{z}}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned} x &= \frac{ky^2}{\sqrt{z}} \\ \sqrt{z} &= \frac{ky^2}{x} \\ z &= \frac{k^2y^4}{x^2} \end{aligned}$$

因此， $z \propto \frac{y^4}{x^2}$ 。

17. A

設 $c = \frac{ka^2}{b}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k(0.4a)^2}{1.6b} - \frac{ka^2}{b}}{\frac{ka^2}{b}} \times 100\% \\ &= -90\%\end{aligned}$$

1A

18. B

設 $z = \frac{ky}{x^2}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{k(1.35y)}{(1.25x)^2} - \frac{ky}{x^2}}{\frac{ky}{x^2}} \times 100\% = -13.6\%$$

19. A

設 $z = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{k(0.6x)^2}{\sqrt{1.44y}} - \frac{kx^2}{\sqrt{y}}}{\frac{kx^2}{\sqrt{y}}} \times 100\% = -70\%$$

20. A

設 $p = \frac{kr}{q^2}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}\frac{p_2}{p_1} &= \frac{1 - 10\%}{(1 + 20\%)^2} \\ &= 0.625\end{aligned}$$

p 減小 37.5%。

21. D

設 $z = \frac{k\sqrt{x}}{y^3}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分變化} &= \frac{\frac{k\sqrt{1.1x}}{(0.9y)^3} - \frac{k\sqrt{x}}{y^3}}{\frac{k\sqrt{x}}{y^3}} \times 100\% \\ &\approx 43.9\%\end{aligned}$$

22. D

設 $z = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}z' &= \frac{(1.1)^2}{\sqrt{1 - 0.36}} \\ &= 1.5125\end{aligned}$$

z 增加 51.25%。

23. D

設 $x = \frac{ky^2}{z}$ ，其中 k 為非零常數。

$$\begin{aligned}\frac{x_2}{x_1} &= \frac{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2}{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} \\ &= \frac{1.2^2}{0.8} \\ &= 1.8\end{aligned}$$

上升百分比 = 80%

24. B

設 $x = \frac{kz}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k(0.88z)}{\sqrt{1.21y}} - \frac{kz}{\sqrt{y}}}{\frac{kz}{\sqrt{y}}} \times 100\% \\ &= -20\%\end{aligned}$$

25. D

設 $z = \frac{kx}{y^2}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}z \text{ 的百分比變化} &= \frac{\frac{k(0.9x)}{(0.75y)^2} - \frac{kx}{y^2}}{\frac{kx}{y^2}} \\ &= +60\%\end{aligned}$$

26. B

設 $x = \frac{k\sqrt{y}}{z^2}$ ，其中 k 為非零常數。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k\sqrt{1.44y}}{(0.8z)^2} - \frac{k\sqrt{y}}{z^2}}{\frac{k\sqrt{y}}{z^2}} \times 100\% \\ &= 87.5\%\end{aligned}$$

27. D

設 $z = \frac{k\sqrt{x}}{y}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned}\frac{z_2}{z_1} &= \frac{\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}}{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{1 - 0.36}}{1 + 0.6} \\ &= 0.5\end{aligned}$$

z 減小 50%。

28. A

設 $w = \frac{ku^3}{\sqrt{v}}$ ，其中 k 為一非零常數。

則 $v = \frac{k^2 u^6}{w^2}$ 。

$$\begin{aligned}\text{百分比變化} &= \frac{\frac{k^2(1.1u)^6}{(1.21w)^2} - \frac{k^2 u^6}{w^2}}{\frac{k^2 u^6}{w^2}} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{1.1^6}{1.21^2} - 1}{1} \times 100\% \\ &= 21\%\end{aligned}$$

29. B

設 $a = mb^2$ 及 $\sqrt{b} = \frac{n}{c}$ ，其中 m 及 n 均為非零常數。

則 $c = \frac{n}{\sqrt{b}} = \frac{nm^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}} = \frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}$ ，其中 $p = nm^{\frac{1}{4}}$ 為一常數。

$$\text{百分比變化} = \frac{\frac{p}{(1.3a)^{\frac{1}{4}}} - \frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}}{\frac{p}{a^{\frac{1}{4}}}} \approx -6.35\%$$

30. C

設 $z = \frac{kx}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。

I. ✗。當 $k \neq 1$ 時，該方程則為錯誤。

II. ✓。 $k = \frac{z\sqrt{y}}{x} \Rightarrow \frac{yz^2}{x^2} = k^2 = \text{常數}$

III. ✓。 $\frac{0.5z\sqrt{4y}}{x} = \frac{z\sqrt{y}}{x} = k$ 。該百分比改變為正確。

結構式試題

31. (a) 設 $f(x) = ax^2 + b$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。 1A
 可得 $9a + b = 27$ 及 $64a + b = -83$ 。 1M
 求解後，可得 $a = -2$ 及 $b = 45$ 。 1A
 $f(7) = -2(7)^2 + 45 = -53$ 1A
- (b) $a = f(7) = -53$ 及 $b = f(-7) = -53$ 1M
 $ABCD$ 的面積 = $\frac{[(7+7)+6](53)}{2}$ 1M+1M
 $= 530$ 1A
32. (a) 設 $f(x) = ax^2 + bx^3$ ，其中 a 及 b 為非零常數。 1A

$$\begin{cases} -3 = a + b \\ -4 = 4a + 8b \end{cases}$$
 1M
 求解後，可得 $a = -5$ 及 $b = 2$ 。 1A
 故此， $f(x) = -5x^2 + 2x^3$ 及 $f(3) = -5(3)^2 + 2(3)^3 = 9$ 。 1A
- (b) $f(m) = 9$
 $-5m^2 + 2m^3 - 9 = 0$
 $(m-3)(2m+m+3) = 0$ 1M
 $m = 3$ 或 $\frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$
 $= 3$ 或 $\frac{-1 \pm \sqrt{23}i}{4}$ 1A
 只有一個實根。同意該宣稱。 1A
33. (a) 設 $C = ar^2 + br^3$ ，其中 a 及 b 為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 64a + 512b = 80 \\ 100a + 1000b = 150 \end{cases}$$
 1M
 求解後，可得 $a = \frac{1}{4}$ 及 $b = \frac{1}{8}$ 。 1A
 所求成本 = $\frac{12^2}{4} + \frac{12^3}{8} = \252 1A
- (b) 設較小的球的半徑為 R cm。
 $\frac{4}{3}\pi(12)^3 = 10 \times \frac{4}{3}\pi R^3$ 1A
 $R \approx 5.57$
 百分比變化 = $\frac{10\left(\frac{R^2}{4} + \frac{R^3}{8}\right) - 252}{252} \times 100\%$ 1M
 $\approx 16.5\%$ 1A

34. (a) 設 $V = at + bt^2$ ，其中 a 及 b 為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 5a + 25b = 190 \\ 15a + 225b = 510 \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得 $a = 40$ 及 $b = -\frac{2}{5}$ 。故此， $V = 40t - \frac{2t^2}{5}$ 。 1A

(b) $V = 40(25) - \frac{2(25)^2}{5} = 750$ 1M

考慮圖中的橫切面。當 θ 為最大值時，水位剛好觸及 B 點。

設 E 為 AD 上的一點使得 BE 為水平。

$$\frac{(AE)(10)}{2}(10) = 1000 - 750 \quad 1M$$

$$AE = 5 \text{ cm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{AE}{10} \approx 26.6^\circ \quad 1A$$