REG-POLY-2223-ASM-SET 1-MATH
建議題解

多項選擇題

1. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{array}{r}
x-3 \\
x+1\,\big)\overline{\,x^2-2x+3} \\
\underline{x^2+\;\;x} \\
-3x+3 \\
\underline{-3x-3} \\
6
\end{array}$$

2. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{array}{r}
x^2+0x+1 \\
x^2+0x-1\,\big)\overline{\,x^4+0x^3+0x^2+0x+1} \\
\underline{x^4+0x^3-\;\;x^2} \\
x^2+0x+1 \\
\underline{x^2+0x}-1 \\
2
\end{array}$$

3. $\boxed{\text{C}}$

$$\frac{2x^3+54}{x+3}=2x^2-6x+18$$

4. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{array}{r}
2x^2-\;\;5x+10 \\
x+2\,\big)\overline{\,2x^3-\;\;x^2+\;\;0x-\;\;4} \\
\underline{2x^3+4x^2} \\
-5x^2+\;\;0x \\
\underline{-5x^2-10x} \\
10x-\;\;4 \\
\underline{10x+20} \\
-24
\end{array}$$

5. $\boxed{\text{C}}$

$$
\begin{array}{r}
-x^2+2x+2 \\
-x+1\,\big)\overline{\,x^3-3x^2+0x+1} \\
\underline{x^3-x^2} \\
-2x^2+0x \\
\underline{-2x^2+2x} \\
-2x+1 \\
\underline{-2x+2} \\
-1
\end{array}
$$

6. $\boxed{\text{D}}$

$$
\begin{array}{r}
2x+1 \\
x-2\,\big)\overline{\,2x^2-3x+5} \\
\underline{2x^2-4x} \\
x+5 \\
\underline{x-2} \\
7
\end{array}
$$

7. $\boxed{\text{D}}$

$$
\begin{array}{r}
3x+5 \\
x^2-x+2\,\big)\overline{\,3x^3+2x^2-4x+6} \\
\underline{3x^3-3x^2+6x} \\
5x^2-10x+6 \\
\underline{5x^2-5x+10} \\
-5x-4
\end{array}
$$

8. $\boxed{\text{B}}$

$$
\begin{array}{r}
x^2+x+3 \\
-x+3\,\big)\overline{-x^3+2x^2+0x+5} \\
\underline{-x^3+3x^2} \\
-x^2+0x \\
\underline{-x^2+3x} \\
-3x+5 \\
\underline{-3x+9} \\
-4
\end{array}
$$

9. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{array}{rl}
 & x^2 + 0x + 3 \\
x^2 - 2x + 0 \,\big) & \overline{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 1} \\
 & \underline{x^4 - 2x^3 + 0x^2} \\
 & \qquad\quad 3x^2 - 4x + 1 \\
 & \qquad\quad \underline{3x^2 - 6x + 0} \\
 & \qquad\qquad\qquad 2x + 1
\end{array}$$

10. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{array}{rl}
 & 2x^2 - 6x + 10 \\
x + 3 \,\big) & \overline{2x^3 + 0x^2 - 8x + 5} \\
 & \underline{2x^3 + 6x^2} \\
 & \quad - 6x^2 - 8x \\
 & \quad \underline{- 6x^2 - 18x} \\
 & \qquad\qquad 10x + 5 \\
 & \qquad\qquad \underline{10x + 30} \\
 & \qquad\qquad\quad - 25
\end{array}$$

11. $\boxed{\text{C}}$

餘式的次方必需小於除式的次方（2 次方）。
因此，只有 II 及 III 有可能。

12. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}
\text{所求多項式} &= (x - 2)(x^2 - x - 2) + 3 \\
&= x^3 - 3x^2 + 7
\end{aligned}$$

13. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}
\text{所求多項式} &= (x^2 - 3x - 10)(3x - 1) + (3x - 2) \\
&= 3x^3 - 10x^2 - 24x + 8
\end{aligned}$$

14. $\boxed{\text{A}}$

設該多項式為 $p(x)$。

$$\begin{aligned}
x^3 + 7x^2 - 5 &= p(x)(x + 3) - (11x + 2) \\
p(x) &= \frac{(x^3 + 7x^2 - 5) + (11x + 2)}{x + 3} \\
&= \frac{x^3 + 7x^2 + 11x - 3}{x + 3} \\
&= x^2 + 4x - 1
\end{aligned}$$

15. $\boxed{\text{C}}$

設所求多項式為 $p(x)$。

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x + 5 &= p(x)(2x^2 + 4x + 5) + 15 \\ 2x^3 - 3x - 10 &= p(x)(2x^2 + 4x + 5) \\ p(x) &= \frac{2x^3 - 3x - 10}{2x^2 + 4x + 5} \\ &= x - 2 \end{aligned}$$

16. $\boxed{\text{D}}$

$-5 = (1)(-a) + (2)(1)$

$a = 7$

17. $\boxed{\text{B}}$

$2x^3 + px^2 - 4x - 1 = (x^2 - 2x + q)(2x + 3) - 4$

$2x^3 + px^2 - 4x + 3 = (x^2 - 2x + q)(2x + 3)$

比較 x^2 的係數及常數項。

$$\begin{cases} 3q = 3 \\ (1)(3) + (-2)(2) = p \end{cases}$$

求解後，可得 $p = -1$ 及 $q = 1$。

18. $\boxed{\text{A}}$

設 $4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 = (2x^2 + 5x + k)(Ax + B)$，其中 A 及 B 均為常數。

右式 $= 2Ax^3 + (2B + 5A)x^2 + (5B + Ak)x + Bk$

可得 $2A = 4$、$2B + 5A = 8$、$5B + Ak = -11$ 及 $Bk = 3$。

求解後，可得 $A = 2$、$B = -1$ 及 $k = -3$。

結構式試題

19. (a) $f(x) = 2(x-2)(x^2-4x+1)+ax+b$ 1M

$= 2x^3 - 12x^2 + (18+a)x + (b-4)$

可得 $2b = -12$、$18 + a = 7a$ 及 $c = b - 4$。 1M

求解後，可得 $a = 3, b = -6$ 及 $c = -10$。 1A

(b) $0 = 2(x-2)(x^2-4x+1)+3x-6$

$= (x-2)[2(x^2-4x+1)+3]$ 1M

$= (x-2)(2x^2-8x+5)$

$x = 2$ 或 $\dfrac{8 \pm \sqrt{8^2-4(2)(5)}}{2(2)}$

$= 2$ 或 $\dfrac{4 \pm \sqrt{6}}{2}$ 1A

共有 1 個有理根。 1A

20. (a) $f(x) = (8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r)+bx+c$ 1M

$= 24x^4 + (56+3a)x^3 + \ldots$

$56 + 3a = 47$ 1M

$a = -3$ 1A

(b) (i) 設 $g(x) = A(8x^2+ax+8)+bx+c$，其中 A 為一常數。 1M

$f(x) - g(x) = [(8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r)+bx+c] - [A(8x^2+ax+8)+bx+c]$

$= (8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r-A)$

因此，$f(x) - g(x)$ 可被 $8x^2 + ax + 8$ 整除。 1

(ii) $f(x) - g(x) = 0$

$(8x^2-3x+8)(3x^2+7x+r-A) = 0$

$8x^2-3x+8 = 0$ 或 $3x^2+7x+r-A = 0$ 1M

對 $8x^2 - 3x + 8 = 0$，

$\Delta = (-3)^2 - 4(8)(8) = -247 < 0$。該方程沒有實根。 1M

對 $3x^2 + 7x + r - A = 0$，方程有最多 2 個實根。

因此，$f(x) - g(x) = 0$ 有最多 2 個實根。

不同意該宣稱。 1A