

REG-2223-MOCK-SET 8-MATH-CP 1

建議題解

$$1. \frac{xy^7}{(x^2y^{-3})^4} = \frac{xy^7}{x^8y^{-12}}$$

$$= \frac{y^{7+12}}{x^{8-1}}$$

$$= \frac{y^{19}}{x^7}$$

1M

1M

1A

$$2. \quad k = \frac{5x - 6y}{y}$$

$$ky = 5x - 6y$$

$$y(k + 6) = 5x$$

$$y = \frac{5x}{k + 6}$$

1M

1M

1A

$$3. \text{ 平均值} = 0.85$$

1A

$$\text{中位數} = 1$$

1A

$$\text{四分位數間距} = 1.5 - 0 = 1.5$$

1A

$$4. \quad (a) \quad x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$$

1A

$$(b) \quad 3x^2 - 5xy - 2y^2 = (x - 2y)(3x + y)$$

1A

$$(c) \quad 4x^2 - 9xy + 2y^2 - 6x + 12y = (x - 2y)(4x - y) - 6(x - 2y)$$

$$= (x - 2y)(4x - y - 6)$$

1M

1A

$$5. \quad (a) \quad 5(x - 2) \geq \frac{11x - 34}{3}$$

$$\left(5 - \frac{11}{3}\right)x \geq \frac{-34}{3} + 10$$

$$x \geq -1$$

1A

$$9 - x > 5$$

$$x < 4$$

1A

$$\text{因此, } -1 \leq x < 4.$$

1M

$$(b) \quad 5$$

1A

$$6. \quad \frac{(15 - x)(15 - x + 10)}{2} = 252$$

$$\frac{x^2}{2} - 20x - \frac{129}{2} = 0$$

1M+1A

1A

$$x = -3 \quad \text{或} \quad 43 \text{ (捨去)}$$

1A

解	分
7. (a) $\frac{x}{360^\circ} = \frac{1}{10}$ $x = 36^\circ$ (b) 設該小學的學生人數為 n。 $\frac{152}{n} = \frac{360^\circ - 158^\circ - 90^\circ - 36^\circ}{360^\circ}$ $n = 720$ 該小學共有 720 名學生。	1M 1A 1M 1A
8. (a) 設 $f(x) = ax + bx^2$，其中 a 及 b 均為非零常數。 $\begin{cases} 72 = 2a + (2)^2b \\ -60 = -a + (-1)^2b \end{cases}$ 求解後，可得 $a = 52$ 及 $b = -8$。 因此，$f(x) = 52x - 8x^2$。 (b) $52x - 8x^2 = 260$ $-8x^2 + 52x - 260 = 0$ $\Delta = 52^2 - 4(-8)(-260) = -5616 < 0$ 因此，該方程有零個實根。	1A 1M 1A 1M 1A
9. (a) $A'(0, 6)$ 及 $B'(5, 3)$。 (b) AB 的斜率 $= \frac{-6-3}{0+5} = \frac{-9}{5}$ (c) $A'B'$ 的斜率 $= \frac{6-3}{0-5} = -\frac{3}{5} \neq \frac{-9}{5}$。 直線 $A'B'$ 與 AB 相交於一點。 因此，不同意該宣稱。	1A+1A 1A 1M 1A
10. (a) $43 = (80 + b) - 42$ $b = 5$ $59 = \frac{42 + 42 + 44 + \dots + (50 + a) + \dots + 85}{20}$ $a = 7$ 中位數 = 58 分鐘 (b) 所求的概率 $= \frac{9}{15}$ $= \frac{3}{5}$	1A 1A 1A 1M 1A

解	分
11. (a) 圓柱體的體積 $= \pi(14)^2(182)$ $= 35672\pi \text{ cm}^3$ 兩圓錐體體積之比 $= 9^{\frac{3}{2}} : 16^{\frac{3}{2}} = 27 : 64$. 所求的體積 $= 35672\pi \times \frac{64}{27+64}$ $= 25088\pi \text{ cm}^3$ (b) 設較大圓錐的底半徑為 $r \text{ cm}$。 $\frac{1}{3}\pi r^2(96) = 25088\pi$ $r = 28 \quad \text{或} \quad -28 \quad (\text{捨去})$ 較大圓錐的曲面面積 $= \pi(28)\sqrt{28^2 + 96^2}$ $= 2800\pi \text{ cm}^2$ 所求的面積 $= 2800\pi \times \frac{9}{16}$ $= 1575\pi \text{ cm}^2$	1A 1M 1A 1M 1M 1A
12. (a) $(x-7)^2 + (y+3)^2 = (-8-7)^2 + (5+3)^2$ $(x-7)^2 + (y+3)^2 = 289$ (b) $JK = \sqrt{(7+1)^2 + (-3-25)^2} = \sqrt{848} > C$ 的半徑。 因此，J 在圓外。 (c) (i) J、K 與 P 共線。 (ii) 該直線的斜率 $= \frac{25+3}{-1-7} = -\frac{7}{2}$。 所求的方程為 $y - 25 = -\frac{7}{2}(x + 1)$ $7x + 2y - 43 = 0$	1M 1A 1M 1A 1A 1M 1A

解	分
13. (a) 設 $f(x) = (x^2 - 4)(Ax + B) + (kx + 126)$ ，其中 A 及 B 均為常數。	1M
$f(2) = 0 = 0 + 2k + 126$	1M
$k = -63$	1A
(b) $f(x) = (x^2 - 4)(Ax + B) - 63x + 126$.	
$\begin{cases} f(1) = 0 = (1 - 4)(A + B) - 63 + 126 \\ f(0) = 30 = (0 - 4)(B) + 126 \end{cases}$	1M
求解後，可得 $A = -3$ 及 $B = 24$ 。	1A
$f(x) = (x^2 - 4)(-3x + 24) - 63x + 126 = 0$	
$-3x^3 + 24x^2 - 51x + 30 = 0$	
$(x - 1)(-3x^2 + 21x - 30) = 0$	1M
$(x - 1)(x - 2)(-3x + 15) = 0$	
$x = 1$ 或 2 或 5	1A
因此，該宣稱正確。	1A

解		分						
14. (a) (i)	$BC = CB$ (公共邊) $\angle GBC = \angle FCB$ (內錯角, $BG \parallel EC$) $\angle GCB = \angle FBC$ (內錯角, $CG \parallel DB$) $\triangle BCG \cong \triangle CBF$ (ASA)							
<table><tr><th colspan="2">評分標準</th></tr><tr><td>情況 1</td><td>附有正確理由的任何正確證明。 2</td></tr><tr><td>情況 2</td><td>未附有正確理由的任何正確證明。 1</td></tr></table>		評分標準		情況 1	附有正確理由的任何正確證明。 2	情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。 1	
評分標準								
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。 2							
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。 1							
(ii)	$DE \parallel BC$ (長方形的性質) $\angle EFD = \angle CFB$ (對頂角) $\angle FDE = \angle FBC$ (內錯角, $DE \parallel BC$) $\triangle BCF \sim \triangle DEF$ (AA)							
<table><tr><th colspan="2">評分標準</th></tr><tr><td>情況 1</td><td>附有正確理由的任何正確證明。 2</td></tr><tr><td>情況 2</td><td>未附有正確理由的任何正確證明。 1</td></tr></table>		評分標準		情況 1	附有正確理由的任何正確證明。 2	情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。 1	
評分標準								
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。 2							
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。 1							
(b) (i)	$\angle BDC = 60^\circ$ 及 $\angle DBC = 30^\circ$ 。 $DF = BD - BF$ $= \frac{k}{\cos 30^\circ} - k \cos 30^\circ$ $= \frac{2k\sqrt{3}}{3} - \frac{k\sqrt{3}}{2}$ $= \frac{\sqrt{3}k}{6}$	1A 1M 1A						
(ii)	$AE = AD - DE$ $= k - \frac{DF}{\cos 30^\circ}$ $= \frac{2k}{3}$ $AE : DF = \frac{2k}{3} : \frac{\sqrt{3}k}{6}$ $= 4 : \sqrt{3}$	 1M 1A						
15.	斜率 = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 。 $\log_{16} y = \frac{1}{2}x - 2$ $y = 16^{\frac{x}{2}-2}$ $= \frac{1}{256} \cdot 4^x$ 因此, $a = \frac{1}{256}$ 及 $b = 4$ 。	 1M 1M 1A						

16. (a) 設公比為 r 。

$$\begin{cases} G_1 r + G_1 r^2 = 1944 \\ G_1 r^4 + G_1 r^5 = 72 \end{cases}$$

$$\frac{G_1 r^4(1+r)}{G_1 r(1+r)} = \frac{72}{1944}$$

$$r^3 = \frac{1}{27}$$

$$r = \frac{1}{3}$$

因此， $G_1 = \frac{1944}{r + r^2} = 4374$ 。

$$(b) \frac{4374}{1 - \frac{1}{3}} - \frac{4374 \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{3}} < 5 \times 10^{-19}$$

$$6561 \left(\frac{1}{3} \right)^n < 5 \times 10^{-19}$$

$$\log 6561 + n \log \frac{1}{3} < \log 5 \times 10^{-19}$$

$$n > 46.4$$

n 的最小值為 47。

1M

1A

1A

1M+1M

1M

1A

17. (a) $f(x) = x^2 - 6kx + 12k^2 + 6$

$$= (x^2 - 6x + 9k^2) + 3k^2 + 6$$

$$= (x - 3k)^2 + 3k^2 + 6$$

頂點的坐標為 $(3k, 3k^2 + 6)$ 。

(b) $P(3k - 3, 3k^2 + 6)$ 及 $Q(3k + 3, -3k^2 - 6)$ 。

考慮由點 $(0, 6)$ 至點 P 及至點 Q 的距離。

$$\sqrt{(3k - 3)^2 + (3k^2)^2} = \sqrt{(3k + 3)^2 + (-3k^2 - 6 - 6)^2}$$

$$-72k^2 - 36k - 144 = 0$$

$$\Delta = 36^2 - 4(-72)(-144) = -40176 < 0$$

該方程沒有實根。

因此，點 R 不存在。

1M

1A

1A

1M

1M

1A

解	分
18. (a) 所求的概率 $= 1 - (0.2)^2$ $= 0.96$ (b) 所求的概率 $= (0.8)(0.2) + (0.2)(0.8)(0.5) + (0.2)^2$ $= 0.28$ (c) (i) 日薪的期望值 $= 500(1 - 0.28) + 100(0.28)$ $= \\$388$ (ii) 所求的概率 $= (1 - 0.28)C_3^5(0.95)^3(0.05)^2 + (0.28)C_4^5(0.95)^4(0.05)$ ≈ 0.0724 (iii) 所求的概率 $= \frac{(0.28)C_4^5(0.95)^4(0.05)}{(1 - 0.28)C_3^5(0.95)^3(0.05)^2 + (0.28)C_4^5(0.95)^4(0.05)}$ ≈ 0.787	1M 1A 1M 1A 1M 1A 1M 1A
19. (a) (i) $17^2 = 23^2 + 10^2 - 2(23)(10) \cos \angle CAB$ $\angle CAB \approx 42.3^\circ$ (ii) $\frac{AF}{\sin(180^\circ - 58^\circ - \angle CAB)} = \frac{10}{\sin 58^\circ}$ $AF \approx 11.6 \text{ cm}$ (b) (i) $BF = 23 - AF \approx 11.4 \text{ cm}$ $AB^2 = AF^2 + BF^2 - 2(AF)(BF) \cos 75^\circ$ $AB \approx 14.0 \text{ cm}$ (ii) $AP = AF \cos \angle FAC \approx 8.57 \text{ cm}$ $17^2 = 10^2 + (AB)^2 - 2(10)(AB) \cos \angle BAC$ $\angle BAC \approx 88.6^\circ$ $BP^2 = AP^2 + AB^2 - 2(AP)(AB) \cos \angle BAC$ $BP \approx 16.2 \text{ cm}$ $AB^2 = AP^2 + BP^2 - 2(AP)(BP) \cos \angle APB$ $\angle APB \approx 59.6^\circ \neq 90^\circ$ 因此，不同意該宣稱。	1M 1A 1M 1A 1M 1A 1M 1A 1M 1A