

REG-2223-MOCK-SET 5-MATH-CP 1

建議題解

- | | |
|--|-------|
| 1. $\frac{m^8 n^{-7}}{(m^3 n^{-3})^2} = \frac{m^8 n^{-7}}{m^6 n^{-6}}$ | 1M |
| $= \frac{m^{8-6}}{n^{-6+7}}$ | 1M |
| $= \frac{m^2}{n}$ | 1A |
| 2. $\frac{3m+2}{n} - p = m$ | |
| $3m+2 - np = mn$ | 1M |
| $m(3-n) = np-2$ | 1M |
| $m = \frac{np-2}{3-n}$ | 1A |
| 3. (a) $49m^2 - 25n^2 = (7m+5n)(7m-5n)$ | 1A |
| (b) $49m^2 - 25n^2 - 7m - 5n = (7m+5n)(7m-5n) - (7m+5n)$ | 1M |
| $= (7m+5n)(7m-5n-1)$ | 1A |
| 4. 設獲發兩張券及三張券的學生數目分別為 x 及 y 。 | |
| 可得 $x = 4y$ 及 $2x + 3y = 220$ 。 | 1A+1A |
| $2(4y) + 3y = 220$ | 1M |
| $y = 20$ | |
| 學生數目 $= 80 + 20 = 100$ | 1A |
| 5. (a) 盈利百分比 $= \frac{28}{140-28} \times 100\%$ | 1M |
| $= 25\%$ | 1A |
| (b) 標價 $= \frac{140}{1-20\%}$ | 1M |
| $= \$175$ | 1A |
| 6. (a) $\angle POR = 310^\circ - 130^\circ = 180^\circ$ | 1M |
| 因此， P 、 O 、 R 共線。 | 1A |
| (b) 面積 $= \frac{(3+8)(4) \sin(310^\circ - 280^\circ)}{2}$ | 1M |
| $= 11$ | 1A |
| 7. (a) 最小可取重量 $= 700 - \frac{10}{2} = 695 \text{ g}$ | 1M+1A |
| (b) 最小總重量 $= 695 \times 40$ | 1M |
| $= 27.8 \text{ kg}$ | |
| $> 27.75 \text{ kg}$ | 1M |
| 不同意該宣稱。 | 1A |

解	分
8. $\angle DAC = \angle CBD = 25^\circ$ $\angle ADC = 90^\circ$ $\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ $\angle CDE = 128^\circ - 65^\circ = 63^\circ$	1A 1A 1A 1A
9. (a) 設 $f(x) = ax + b\sqrt{x}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。 $\begin{cases} 46 = 4a + 2b \\ 188 = 16a + 4b \end{cases}$ 求解後，可得 $a = 12$ 及 $b = -1$ 。 因此， $f(x) = 12x - \sqrt{x}$ 。 (b) 所求變化 $= [12(9) - \sqrt{9}] - [12(16) - \sqrt{16}]$ $= -83$	1A 1M 1A 1M 1A
10. (a) $28 = 159 - (130 + a)$ $a = 1$ $145 = \frac{131 + 132 + \dots + 159}{16}$ $b = 1$ 四分位數間距 $= 151 - 141 = 10 \text{ cm}$ (b) (i) 對 B 組，四分位數間距 $= 168 - 157 = 11 \text{ cm} > 10 \text{ cm}$ 。 B 組學生的身高分佈離差較 A 組大。 (ii) B 組的分佈的中位數（ 162 cm ）較 A 組分佈的最大值（ 159 cm ）高。 同意該宣稱。	1A 1M 1A 1A 1A 1M 1A
11. (a) $f(x) = (2x^2 - 1)(x + a) + bx - 9$ $\begin{cases} f(1) = 0 = (2 - 1)(1 + a) + b - 9 \\ f(2) = 1 = (8 - 1)(2 + a) + 2b - 9 \end{cases}$ 求解後，可得 $a = -4$ 及 $b = 12$ 。 (b) $f(x) = (2x^2 - 1)(x - 4) + 12x - 9 = 0$ $2x^3 - 8x^2 + 11x - 5 = 0$ $(x - 1)(2x^2 - 6x + 5) = 0$ $x = 1$ 或 $2x^2 - 6x + 5 = 0$ 對 $2x^2 - 6x + 5 = 0$ ， $\Delta = 6^2 - 4(2)(5) = -4 < 0$ 。該方程沒有實根。 不同意該宣稱。	1M 1M 1A+1A 1M 1M 1A

12. (a) $\angle ACE = \angle BCD$ (公共角)

$\angle CAE = \angle CBD$ (已知)

$\triangle ACE \sim \triangle BCD$ (AA)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\frac{BE + 10}{26} = \frac{15}{10}$

$$BE = 29 \text{ cm}$$

(ii) $BD = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(36)(26 - 15)}{2} \\ &= 198 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(iii) $AE = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ cm}$

$$AB = \sqrt{24^2 + 29^2} = \sqrt{1417} \text{ cm}$$

設 D 與 P 的最短距離為 $h \text{ cm}$ 。

$$\frac{(\sqrt{1417})(h)}{2} = 198$$

$$h \approx 10.5 > 10$$

該點 P 不存在。

13. (a) $(0, 7)$

(b) (i) 設 $P(x, y)$ 。

$$\sqrt{x^2 + (y - 7)^2} = \sqrt{(x - 8)^2 + (y - 1)^2}$$

$$x^2 + y^2 - 14y + 49 = x^2 + y^2 - 16x - 2y + 65$$

$$4x - 3y - 4 = 0$$

P 的軌跡的方程為 $4x - 3y - 4 = 0$ 。

(ii) 設 AE 的中點為 F 。則 $F(4, 4)$ 。

$$AF = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, C \text{ 的半徑} = \sqrt{7^2 - 40} = 3 < 5$$

因此, F 在圓外, C 與 Γ 不相交。

(c) 所求比例 = $AH : AE$

$$= 3 : 2 \times 5$$

$$= 3 : 10$$

解	分
14. (a) 角柱的體積 = $(798)(20) = 15\,960\text{ cm}^3$ 兩角錐的體積比 = $4^{\frac{3}{2}} : 25^{\frac{3}{2}} = 8 : 125$ 較小的角錐的體積 = $15\,960 \times \frac{8}{8+125}$ $= 960\text{ cm}^3$ (b) 設較小的角錐的高為 $h\text{ cm}$。 $\frac{1}{3}(24)^2(h) = 960$ $h = 5$ 較小的角錐的總表面面積 = $24^2 + 4 \times \frac{24 \left[\sqrt{5^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2} \right]}{2}$ $= 1200\text{ cm}^2$ 所求面積 = $1200 \times \frac{25}{4}$ $= 7500\text{ cm}^2$	1A 1M 1A 1M 1M 1A
15. (a) 設平均值為 μ。 $\frac{71 - \mu}{6} = 1.5$ $\mu = 62$ (b) 大衛的得分 = $62 - 2.5(6) = 47$ 得分的分佈域 $\geq 71 - 47 = 24 > 23$ 不同意該宣稱。	1M 1A 1M 1A
16. (a) 所求概率 = $\frac{C_5^{10}}{C_5^{16}}$ $= \frac{3}{52}$ (b) 所求概率 = $1 - \frac{C_5^{10} + C_4^{10}C_1^6}{C_5^{16}}$ $= \frac{17}{26}$	1M 1A 1M 1A
17. 斜率 = $-\frac{1}{3}$。 $\log_2 y = -\frac{1}{3} \log_2 x + 1$ $y = 2^{-\frac{1}{3} \log_2 x + 1}$ $y = 2x^{-\frac{1}{3}}$ 因此，$a = 2$ 及 $b = -\frac{1}{3}$。	1M 1A+1A

解	分
18. (a) 設所需時間為 n 個月。 $250\,000[1 + (95\%) + (95\%)^2 + \dots + (95\%)^{n-1}] > 2\,000\,000$ $\frac{1 - 0.95^n}{1 - 0.95} > 8$ $0.95^n < 0.6$ $n \log 0.95 < \log 0.6$ $n > 9.96$ 最少需要 10 個月。 (b) 油井能出產的石油桶數 $< \frac{250\,000}{1 - 0.95}$ $= 5\,000\,000$ 同意該宣稱。	1M 1M 1A 1M 1A
19. (a) $x^2 - 4x + 2 = kx - 3k$ $x^2 + (-4 - k)x + (3k + 2) = 0$ $\Delta = (-4 - k)^2 - 4(1)(3k + 2)$ $= k^2 - 4k + 8$ $= (k - 2)^2 + 4$ > 0 因此，L 與 P 相交於兩相異點。 (b) (i) α 及 β 為方程 $x^2 + (-4 - k)x + (3k + 2) = 0$ 的相異根。 $(\alpha - 4)(\beta - 4) = \alpha\beta - 4(\alpha + \beta) + 16$ $= (3k + 2) - 4(4 + k) + 16$ $= -k + 2$ (ii) $(\alpha - 4)(\beta - 4) < 0$ $-k + 2 < 0$ $k > 2$ $AB \text{ 的中點的 } y \text{ 坐標} = \frac{[k\alpha - 3k] + [k\beta - 3k]}{2}$ $= \frac{k(4 + k) - 6k}{2}$ $= \frac{k(k - 2)}{2}$ $> 0 \quad (\text{對 } k > 2)$ 因此，A 與 B 的中點不可能位於 x 軸之下方。	1M 1M 1 1M 1A 1M 1M 1A

解	分
20. (a) $AD = \frac{\sqrt{30^2 + 40^2}}{2} = 25 \text{ cm}$ $\angle BAC = \cos^{-1} \frac{30}{50} = \cos^{-1} \frac{3}{5}$ $BD^2 = 25^2 + 30^2 - 2(25)(30) \cos \angle BAC$ $BD = 25 \text{ cm}$ $\angle ABD = \angle BAD = \cos^{-1} \frac{3}{5}$ $AF = 30 \sin \angle ABD = 24 \text{ cm}$ $\cos \angle BAF = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ $FE = \frac{30}{\cos \angle BAF} - 24 = 13.5 \text{ cm}$ (b) (i) 所求之角為 $\angle AFE$。 $\cos \angle AFE = \frac{13.5}{24}$ $\angle AFE \approx 55.8^\circ$ (ii) 由於 $AF \perp BD$ 及 $FE \perp BD$， 同意該宣稱。 (iii) $\triangle BCD$ 的面積 = $\frac{\triangle ABC \text{ 的面積}}{2}$ $= \frac{(30)(40)}{2 \times 2}$ $= 300 \text{ cm}^2$ 所求體積 = $\frac{1}{3}(300)(24 \sin \angle AFE)$ $\approx 1984 \text{ cm}^3$ (iv) $\triangle ABD$ 的面積等於 $\triangle BCD$ 的面積，即 300 cm^2。 藉考慮該四面體的體積， $\frac{1}{3}(300)(AB \sin \alpha) = \frac{1}{3}(300)(BC \sin \beta)$ $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{40}{30} > 1$ 故此，$\sin \alpha > \sin \beta$ 及 $\alpha > \beta$。	1M 1A 1A 1A 1M 1A 1A 1M 1A 1M 1A