解	分
REG-2223-MOCK-SET 3-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{(m^{-2}n^5)^3}{m^6n^{-7}} = \dfrac{m^{-6}n^{15}}{m^6n^{-7}}$	1M
$= \dfrac{n^{15+7}}{m^{6+6}}$	1M
$= \dfrac{n^{22}}{m^{12}}$	1A
2. (a) $2x^2 - 3x - 2 = (2x+1)(x-2)$	1A
(b) $6x^2y + 3xy - 2x^2 + 3x + 2 = 3xy(2x+1) - (2x+1)(x-2)$	1M
$= (2x+1)(3xy - x + 2)$	1A
3. (a) 11	1A
(b) 10.16	1A
(c) 10.2	1A
4. (a) $\dfrac{3x-7}{4} < 2x + 5$	
$-\dfrac{5x}{4} < \dfrac{27}{4}$	
$x > -\dfrac{27}{5}$	1A
$x + 2 \geq 0$	
$x \geq -2$	
因此，$x > -\dfrac{27}{5}$。	1M
(b) $4x + 13 < 9$	
$x < -1$	1A
因此，$-\dfrac{27}{5} < x < -1$。	1M
所求之和 $= (-5) + (-4) + (-3) + (-2) = -14$	1A
5. (a) $P(-3, -4)$ 及 $Q(3, 4)$	1A+1A
(b) $P'(-4, 3)$	
OP' 的斜率 $= \dfrac{3-0}{-4-0} = -\dfrac{3}{4}$，$OQ'$ 的斜率 $= \dfrac{-4}{3} \neq -\dfrac{3}{4}$	1M
它們不共線。	1A
6. $2(-k)^2 + k(-k) - 6 = k$	1M
$k^2 - k - 6 = 0$	
$k = 3$ 或 -2	1A+1A

解	分
7. (a) 最小可取容量 $= 350 - \frac{1}{2} = 349.5$ mL	1M+1A
(b) 最小可取總容量 $= 349.5 \times 6$	
$= 2097$ mL	
> 2050 mL	1M
不可能。	1A
8. (a) 設小麗買 A 及 B 的包裝數目分別為 a 及 b。	
$\begin{cases} 12a + 20b = 444 \\ a = b(1 - 20\%) \end{cases}$	1A 1A
$12(0.8b) + 20b = 444$	1M
$b = 15$	
所求數目 $= 15 + 0.8(15) = 27$	1A
(b) 所求比例 $= 12(12) : 20(15)$	
$= 12 : 25$	1A
9. $\angle ADB = \angle BDC = 32°$	1A
$\angle ABD = 90°$	1A
$\angle BAD = 180° - 90° - 32° = 58°$	1A
$\angle BCD = 180° - 58° = 122°$	1M+1A
10. (a) 設 $C = ad + bn$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases} 58\,500 = 3a + 25b \\ 78\,000 = 5a + 20b \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = 12\,000$ 及 $b = 900$。	1A
總成本 $= 12\,000(4) + 900(33) = \$77\,700$	1A
(b) 學生原來需付的金額 $= \frac{77700}{30} = \$2590$	
新的金額 $= \frac{12\,000(5) + 900(33 + 2)}{30} = \$3050$	1A
增加百分比 $= \frac{3050 - 2590}{2590} \approx 17.8\% > 15\%$	1A
學生應付的金額增加了多於 15%。	

解	分
11. (a) 分佈域 $= 13.1 - 1.8$	1M
$= 11.3\ \text{g}/100\text{mL}$	1A
四分位數間距 $= 9.2 - 5.4$	
$= 3.8\ \text{g}/100\text{mL}$	1A
(b) 新的平均值 $= \dfrac{7.2 \times 20 + 2.4 + 4.6 + 7.5 + 10.4 + 13.4}{20 + 5}$	1M
$= 7.292\ \text{g}/100\text{mL}$	1A
新的中位數為升序的第 13 個數據。	
新的中位數為 7.5 g/100mL。	1M+1A
12. (a) (i) 設 $P(x,\ y)$。	
$\dfrac{y+1}{x-5} \times \dfrac{y-5}{x+3} = -1$	1M
$(x+3)(x-5) + (y+1)(y-5) = 0$	
$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$	1A
P 的軌跡的方程為 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$。	
(ii) P 的軌跡為一圓，圓心 $(1,\ 2)$ 且半徑為 5，	1A+1A
不包含點 A 及 B。	
備註：	
可省略軌跡不包含 A 及 B 的陳述。	
(b) C 的圓心在 $(9,\ 8)$。	
圓心之距離 $= \sqrt{(9-1)^2 + (8-2)^2} = 10$	1M
半徑之和 $= \sqrt{25} + 5 = 10 =$ 圓心之距離	1M
兩圓外切。	
不同意該宣稱。	1A
13. (a) 體積 $= 4^2(6) - \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{(4)(4)}{2}\right)\left(\dfrac{6}{2}\right)$	1M+1A
$= 88\ \text{cm}^3$	1A
(b) $ABCDEFGH$ 的總表面面積	
$= 2[4^2 + (4)(6)(2)]$	
$= 128\ \text{cm}^2$	1A
體積差 $= 88 \times \left[\left(\dfrac{512}{128}\right)^{\frac{3}{2}} - 1\right]$	1M+1A
$= 616\ \text{cm}^3 > 600\ \text{cm}^3$	1A
體積差不小於 $600\ \text{cm}^3$。	

解	分
14. (a) $f(x) = (8x^2 + ax + 8)(3x^2 + 7x + r) + bx + c$	1M
$= 24x^4 + (56 + 3a)x^3 + \ldots$	
$56 + 3a = 47$	1M
$a = -3$	1A
(b) (i) 設 $g(x) = A(8x^2 + ax + 8) + bx + c$，其中 A 為一常數。	1M
$f(x) - g(x) = [(8x^2 + ax + 8)(3x^2 + 7x + r) + bx + c] - [A(8x^2 + ax + 8) + bx + c]$	
$= (8x^2 + ax + 8)(3x^2 + 7x + r - A)$	
因此，$f(x) - g(x)$ 可被 $8x^2 + ax + 8$ 整除。	1
(ii) $f(x) - g(x) = 0$	
$(8x^2 - 3x + 8)(3x^2 + 7x + r - A) = 0$	
$8x^2 - 3x + 8 = 0$ 或 $3x^2 + 7x + r - A = 0$	1M
對 $8x^2 - 3x + 8 = 0$，	
$\Delta = (-3)^2 - 4(8)(8) = -247 < 0$。該方程沒有實根。	1M
對 $3x^2 + 7x + r - A = 0$，方程有最多 2 個實根。	
因此，$f(x) - g(x) = 0$ 有最多 2 個實根。	
不同意該宣稱。	1A
15. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_3^{20}C_2^{15}}{C_5^{35}}$	1M
$= \dfrac{4275}{11\,594}$	1A
(b) 所求概率 $= \dfrac{C_3^{20}C_2^{10}}{C_3^{20}C_2^{15} + C_4^{20}C_1^{15} + C_5^{20}}$	1M
$= \dfrac{900}{3647}$	1A
16. (a) 設該分佈的平均值及標準差分別為 μ 及 σ。	
$\begin{cases} \dfrac{60 - \mu}{\sigma} = 1.25 \\ \dfrac{44 - \mu}{\sigma} = 0.25 \end{cases}$	1M
求解後，可得 $\mu = 40$ 及 $\sigma = 16$。	1A+1A
(b) 麗珊的新標準分 $= \dfrac{44(1 + 10\%) - 40(1 + 10\%)}{16(1 + 10\%)}$	1M
$= 0.25$	
該宣稱不正確。	1A

解	分
17. (a) 所求開支	
$= 3.24 \times 10^{10}[1 + (1 + 5\%) + (1 + 5\%)^2 + \ldots + (1 + 5\%)^{14}]$	1A
$= \dfrac{3.24 \times 10^{10}(1.05^{15} - 1)}{1.05 - 1}$	1M
$\approx \$6.99 \times 10^{11}$	1A
(b) $3.24 \times 10^{10}(1 + 1.05 + 1.05^2 + \ldots + 1.05^{n-1}) > 10^{12}$	
$\dfrac{3.24 \times 10^{10}(1.05^n - 1)}{1.05 - 1} > 10^{12}$	1M
$1.05^n > \dfrac{206}{81}$	
$n \log 1.05 > \log \dfrac{206}{81}$	1M
$n > 19.1$	
n 的最小值為 20。	1A
18. (a) D 為 $\triangle ABC$ 的外心。故此，BC 為直徑。	1
$\angle NAB = \angle ACB$ （交錯弓形的圓周角）	
$\angle CBA = \angle NAB$ （錯角，$MN // BC$）	
$= \angle ACB$	
$AC = AB$ （等角對等邊）	
$\angle CAB = 90°$ （半圓上的圓周角）	
因此，$\triangle ABC$ 為一等腰直角三角形。	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

解	分
(b) (i) $C(-2, 4)$	1A
D 為 BC 的中點，在 $(1, 3)$。	
圓的方程為	
$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = (-2 - 1)^2 + (4 - 3)^2$	1M
$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$	1A
(ii) 所求切線的斜率 = MN 的斜率 = BC 的斜率 = $\dfrac{4 - 2}{-2 - 4} = -\dfrac{1}{3}$	1M
D 為 AE 的中點。故此，$E(2, 6)$。	
所求方程為	
$y - 6 = -\dfrac{1}{3}(x - 2)$	1M
$y = -\dfrac{x}{3} + \dfrac{20}{3}$	1A

解	分
19. (a) $\dfrac{145}{\sin 42^\circ} = \dfrac{AC}{\sin(180^\circ - 30^\circ - 42^\circ)}$	1M+1A
$AC \approx 206\text{ m}$	1A
$AB^2 = 240^2 + AC^2 - 2(240)(AC)\cos 25^\circ$	1M
$AB \approx 102\text{ m}$	1A
(b) 設 T' 為 T 在平面 ABC 的投影。T' 在 AC 上。	
由 P 測得 T 的仰角 $= \tan^{-1}\dfrac{TT'}{PT'}$。	
當 PT' 越短時，該仰角越大。	1M
$240^2 = AC^2 + AB^2 - 2(AC)(AB)\cos\angle CAB$	1M
$\angle CAB \approx 96.4^\circ > 90^\circ$	
因此，$\triangle T'AB$ 為鈍角三角形。	1M
當 P 從 B 移動至 A 時，PT' 逐漸減小。	1M
因此，該仰角在當 P 位於 A 時為最大。	
同意該宣稱。	1A