

REV-LOG-2223-ASM-SET 3-MATH

建議題解

多項選擇題

1. B

$\log y$ 的底數為 10，較 1 大。

$\log y$ 對 x 的圖像同為遞減。

當 $x = 0$ 時， $\log y = \log a^0 = \log 1 = 0$ 。

所求圖像為遞減且通過原點。

答案為 B。

2. D

$$y = a + b^x$$

$$y - a = b^x$$

$$\log(y - a) = x \log b$$

$\log(y - a)$ 對 x 的圖像為一直線。

斜率 = $\log b$ 且通過原點。

3. B

$\log_3 y$ 的底數為 3，較 1 大。

所求圖像同為遞增。

當 $x = 0$ 時， $\log_3 y = \log_3 0.5 < 0$ 。

所求圖像為遞增且在鉛垂軸上有負值截距。

4. B

對數的底數為 2，較 1 大。

y 對 x 的圖像同為遞增。

$$x = 0 \rightarrow \log_2 y = -1 \rightarrow y = 2^{-1} = 0.5$$

只有選項 B 滿足上述條件。

5. D

$$\log_{27} y = \log_{27} a + x \log_{27} b$$

$$\text{Slope} = \log_{27} b = \frac{0 + 1}{3 - 0}$$

$$b = 27^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3$$

6. C

該直線的斜率 = $\frac{6-0}{0-3} = -2$

該圖像的方程為

$$\log_a y - 6 = -2(x - 0)$$

$$\log_a y = -2x + 6$$

$$y = a^{-2x+6}$$

$$= a^6(a^{-2})^x$$

可得 $m = a^6$ 及 $n = a^{-2}$ 。

I. $\checkmark$ 。

II. $\times$ 。取 $a = 0.5$ ，則 $n = 4$ 。

III. $\checkmark$ 。 $mn^3 = (a^6)(a^{-2})^3 = 1$ 。

7. A

圖像的斜率 = -4 及 $y^3 = -4 \log_5 x + 12$ 。

$$2^3 = -4 \log_5 x + 12$$

$$\log_5 x = 1$$

$$x = 5$$

8. B

$$y = m \log_{\frac{1}{3}} x + c = -m \log_3 x + c$$

$$\text{斜率} = -m = \frac{2}{4}$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

9. A

對點 $(0, 2)$ 。

$$\log_3 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_3 y = 2$$

$$x = 1 \qquad y = 3^2 = 9$$

只有選項 A 滿足。

10. C

$$y = 3x^2$$

$$\log y = 2 \log x + \log 3$$

I. ✓。

II. ✗。實際上並沒有 y 截距，只有 $\log y$ 截距。

III. ✓。 $y = 3x^2$

$$\log_3 y = 2 \log_3 x + \log_3 3$$

該直線的斜率同樣為 2。

11. A

對點 (0, 3)。

$$\log_2 t = 0 \quad \text{及} \quad \log_2 x = 3$$

$$t = 1 \qquad x = 2^3 = 8$$

對點 (4, 0)。

$$\log_2 t = 4 \qquad \text{及} \quad \log_2 x = 0$$

$$t = 2^4 = 16 \qquad x = 1$$

答案為 A。

12. C

從點 (0, 2) 可得：

$$\log_5 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_5 y = 2$$

$$x = 5^0 \qquad y = 5^2$$

$$x = 1 \qquad y = 25$$

從點 (-4, 0) 可得：

$$\log_5 x = -4 \quad \text{及} \quad \log_5 y = 0$$

$$x = 5^{-4} \qquad y = 1$$

$$\underline{x = 1 \text{ 及 } y = 25} \qquad \underline{x = 5^{-4} \text{ 及 } y = 1}$$

A.	✓	✗
B.	✗	
C.	✓	✓
D.	✗	

13. A

斜率 = 2 及鉛垂軸截距 = -2。可得 $\log_3 y = 2 \log_3 x - 2$ 。

$$\log_3 y = 2 \log_3 x - 2$$

$$\log_3 y = \log_3 x^2 - \log_3 9$$

$$y = \frac{x^2}{9}$$

拋物線狀，開口向上及通過原點。

14. B

對點 (0, 7)。

$$\log_3 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_9 y = 7$$

$$x = 1 \qquad y = 9^7$$

A. ✗ $\circ x^4 y^7 = 9^{56} \neq 3^{56}$

B. ✓ $\circ x^7 y^4 = 9^{28} = 3^{56}$

C. ✗ $\circ x^7 y^8 = 9^{56} \neq 3^{56}$

D. ✗ $\circ x^8 y^7 = 9^{49} \neq 3^{56}$

15. B

在點 (2, 1)，

$$\log_2 x = 2 \quad \text{及} \quad \log_4 y = 1$$

$$x = 4 \qquad y = 4$$

代 $(x, y) = (4, 4)$ 至 $y = kx^a$ ，

$$4 = k(4^a)$$

$$k = \frac{4}{4^a}$$

$$= 4^{1-a}$$

16. A

對點 (0, 5)，

$$\log_2 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_8 y = 5$$

$$x = 1 \qquad y = 8^5 \\ = 2^{15}$$

只有選項 A 滿足此。

17. A

A. ✓。

B. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $y = 5^1 = 5 \neq 0$ 。

C. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $y = 0.2^1 = 0.2 \neq 0$ 。

D. ✗。當 $y = 1$ 時， $x = 0.2^1 = 0.2$ 但所示圖像明顯不通過 $(0.2, 1)$ 。

18. C

$$0 = a + \log_b x \quad \text{及} \quad 0 = \log_c x$$

$$\log_b x = -a \qquad x = 1$$

$$x = b^{-a}$$

因此， $OT : OS = 1 : b^{-a} = b^a : 1$ 。

19. D

C_2 的方程為

$$y = -\log_4 x$$

$$= \frac{\log x}{-\log 4}$$

$$= \frac{\log x}{\log \frac{1}{4}}$$

$$= \log_{\frac{1}{4}} x$$

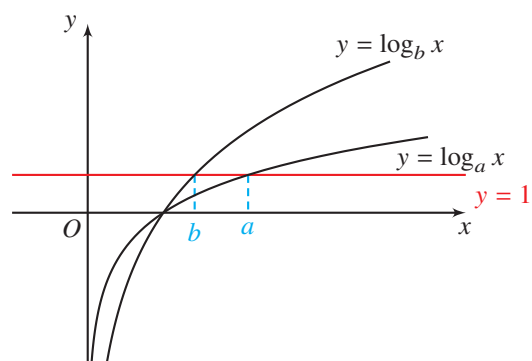
20. B

繪畫直線 $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於 $(a, 1)$ 及 $(b, 1)$ 。

該圖像的 x 截距均為 1。

從圖像中，可得 $1 < b < a$ 。

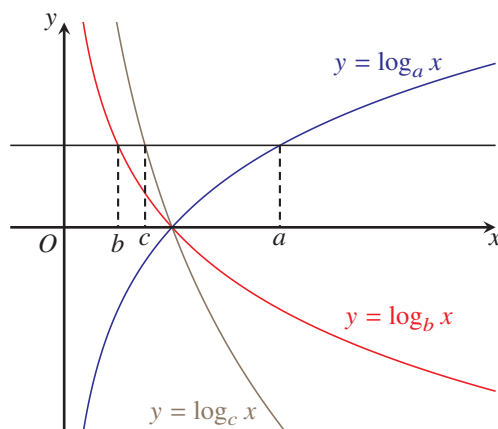


21. A

描繪直線 $y = 1$ 。

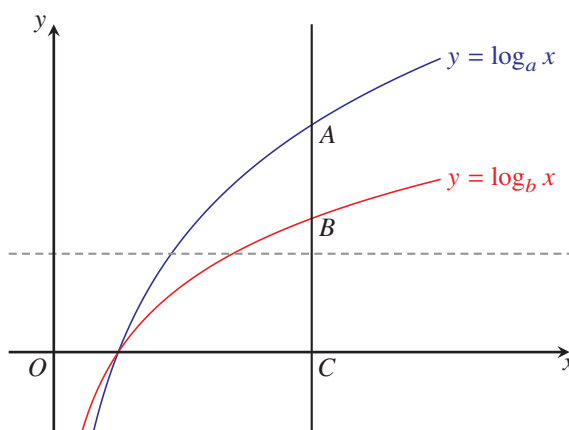
留意圖像的 x 截距為 1。

可得 $0 < b < c < 1 < a$ 。



22. C

圖像的 x 截距為 1。繪畫直線 $y = 1$ 。



I. ✓。 $y = \log_a x$ 與 $y = 1$ 相交於 $(a, 1)$ 。

比較 x 截距，可得 $a > 1$ 。

II. ✗。 $y = \log_b x$ 與 $y = 1$ 相交於 $(b, 1)$ 。

故此， $b > a$ 。

III. ✓。設 $x = k$ 。則 $A(k, \log_a k)$ 及 $B(k, \log_b k)$ 。

$$\begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{\log_a k - \log_b k}{\log_b k} \\ &= \frac{\frac{\log k}{\log a} - \frac{\log k}{\log b}}{\frac{\log k}{\log b}} \times \frac{\log a \log b}{\log a \log b} \\ &= \frac{\log b - \log a}{\log a} \\ &= \log_a \frac{b}{a} \end{aligned}$$

23. C

L.C.M. 是由選取每一因式的最大次方組成。

L.C.M. 為 x^2y^3z 。

24. A

$$10(x-2)(x+1) = 2 \cdot 5 \cdot (x-2)(x+1)$$

$$15(x-2)^2(x+3)^3 = 3 \cdot 5 \cdot (x-2)^2(x+3)^3$$

$$\text{H.C.F.} = 5(x-2)$$

$$\text{L.C.M.} = 2 \cdot 3 \cdot 5(x-2)^2(x+1)(x+3)^3$$

$$= 30(x-2)^2(x+1)(x+3)^3$$

25. C

考慮 a 的次方， $\max \{1, 4, r\} = 6 \Rightarrow r = 6$

考慮 b 的次方， $\min \{3, 3, s\} = 1 \Rightarrow s = 1$

26. D

所求答案為 $2a^2b$ 和 $4ab^3$ 的 L.C.M.。

所求答案為 $4a^2b^3$ 。

27. C

$$\begin{aligned} \frac{4}{x^2 - x - 12} + \frac{x}{x+3} &= \frac{4 + x(x-4)}{(x+3)(x-4)} \\ &= \frac{(x-2)^2}{(x+3)(x-4)} \end{aligned}$$

28. A

$$\begin{aligned} \frac{3x+1}{3x^2+8x-3} - \frac{1}{7x-3x^2-2} &= \frac{3x+1}{(3x-1)(x+3)} - \frac{1}{-(3x-1)(x-2)} \\ &= \frac{(3x+1)(x-2) + (x+3)}{(3x-1)(x+3)(x-2)} \\ &= \frac{3x^2 - 4x + 1}{(3x-1)(x+3)(x-2)} \\ &= \frac{(x-1)(3x-1)}{(3x-1)(x+3)(x-2)} \\ &= \frac{x-1}{(x+3)(x-2)} \end{aligned}$$

29. A

$$\begin{aligned} \frac{x^2-3x}{x^3+27} - \frac{1}{x+3} &= \frac{x^2-3x}{(x+3)(x^2-3x+9)} - \frac{x^2-3x+9}{(x+3)(x^2-3x+9)} \\ &= \frac{-9}{x^3+27} \end{aligned}$$

30. B

$$\begin{aligned} 1 - \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{b}{b-a} &= \frac{(a^2-b^2) - ab + b(a+b)}{(a+b)(a-b)} \\ &= \frac{a^2}{a^2-b^2} \end{aligned}$$