

REG-MEN-2223-ASM-SET 1-MATH

建議題解

多項選擇題

1. B

$$AD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{周界} = 2(13 + 5) = 36 \text{ cm}$$

2. A

$$RS = QS = 5 \text{ cm}$$

$$PQ = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = \frac{(5)(12)}{2}$$

$$= 30 \text{ cm}$$

3. C

設 $ABCD$ 對底 BC 的高為 $2h$ 。

則 $DEFG$ 對底 BC 的高為 h 。

$$\text{所求比例} = \frac{(FG + BC)(h)}{2} : (FG)(h)$$

$$= \frac{(FG + 2FG)(h)}{2} : (FG)(h)$$

$$= 3 : 2$$

4. A

留意 $\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ 。

$$\text{所求比例} = (4^2 - 2^2) : (5^2 - 4^2)$$

$$= 4 : 3$$

5. B

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AD = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = \frac{1^2}{2} + \frac{(\sqrt{2})^2}{2} + \frac{2^2}{2}$$

$$= \frac{7}{2} \text{ cm}^2$$

6. B

$$\cos \angle MON = \frac{6}{12}$$

$$\angle MON = 60^\circ$$

$$\text{所求面積} = \pi(12)^2 \times \frac{90^\circ - 60^\circ}{360} + \frac{1}{2}(6)(12) \sin 60^\circ$$

$$= (12\pi + 18\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

7. C

$$\text{半徑} = 2 \times 1 = 2 \text{ cm}$$

$$\angle ACM = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \pi(2)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{(1)(\sqrt{2^2 - 1^2})}{2} \\ &\approx 1.23 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

8. C

設半徑為 $r \text{ cm}$ 。

$$\frac{4}{3}\pi = r^2 \pi \left(\frac{120^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$r = 2$$

$$\begin{aligned} \text{所求周界} &= 2\pi(2) \left(\frac{120^\circ}{360^\circ} \right) + 2(2) \\ &= \left(\frac{4}{3}\pi + 4 \right) \text{ cm} \end{aligned}$$

9. A

$$\angle BOC = \cos^{-1} \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{陰影區域的面積} &= 2^2 \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}(1)(2 \sin 60^\circ) \\ &= \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

10. C

$$DG = DB = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{面積} = \frac{1}{4}(10\sqrt{2} - 10)^2 \pi \approx 13 \text{ cm}^2$$

11. A

$$\text{扇形的半徑} = \frac{3}{3} = 1 \text{ cm}$$

設圓心角為 θ 。

$$2\pi(1) \times \frac{\theta}{360^\circ} = 1$$

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{1}{2\pi}$$

$$\text{扇形的面積} = \pi(1)^2 \times \frac{\theta}{360^\circ} = \pi \times \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

12. A

$$\angle ACB = 45^\circ \text{ 及 } AB = AC \sin 45^\circ = \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{所求體積} = (\sqrt{2})^3$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

13. C

水的體積 $= \pi(8)^2(6) = 384\pi \text{ cm}^3$

設最終水深為 $h \text{ cm}$ 。

$$384\pi + \pi(2)^2(h) = \pi(8)^2(h)$$

$$h = 6.4$$

$$\text{水位升幅} = 6.4 - 6 = 0.4 \text{ cm}$$

14. C

設所求之高為 $h \text{ cm}$ 。

$$\pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2(2r)$$

$$h + \frac{4r}{3} = 2r$$

$$h = \frac{2r}{3}$$

15. C

$$a = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$b = \pi r^2 + \pi(r)(2r) = 3\pi r^2$$

$$c = 2\pi r^2 + 2\pi r(r) = 4\pi r^2$$

$$a : b : c = 3 : 3 : 4$$

16. D

設該圓柱的底半徑及高分別為 $r \text{ cm}$ 及 $h \text{ cm}$ respectively。

$$2\pi(r)(h) = 4 \times 2\pi r^2$$

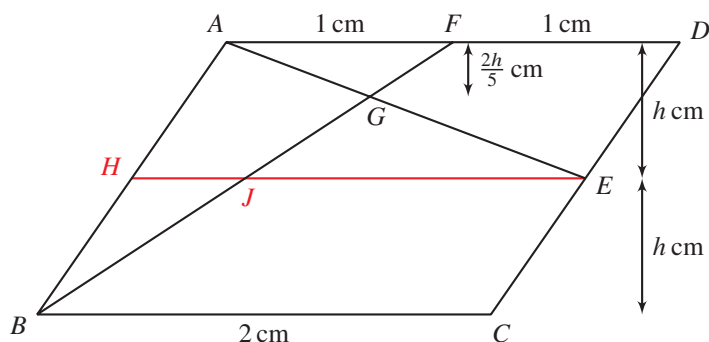
$$h = 4r$$

$$\text{所求比例} = \pi r^2 h : \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= 6 : 1$$

17. D

設 $AF = 1 \text{ cm}$ 及平行四邊形 $ABCD$ 的高為 $2h \text{ cm}$ 。設 H 為 AB 的中點使得 $HE \parallel AD$ 。 BF 與 EH 相交於 J 。



$FD = 1 \text{ cm}$ 及 $BC = 2 \text{ cm}$

E 為 CD 的中點 $\Rightarrow \triangle ADE$ 的高 $= h \text{ cm}$

$\triangle ABF \sim \triangle HBJ \Rightarrow HJ = 0.5 \text{ cm}$ 及 $EJ = 1.5 \text{ cm}$

$\triangle AFG \sim \triangle EJG \Rightarrow \triangle AFG$ 的高 $= h \times \frac{1}{1 + 1.5} = \frac{2h}{5} \text{ cm}$

$$32 = \frac{(1 + 1.5)h}{2} - \frac{(1.5)(h - \frac{2h}{5})}{2}$$

$$h = 40$$

$$\text{所求的面積} = \frac{(1 + 2)(2h)}{2} - 32 = 88 \text{ cm}^2$$

18. D

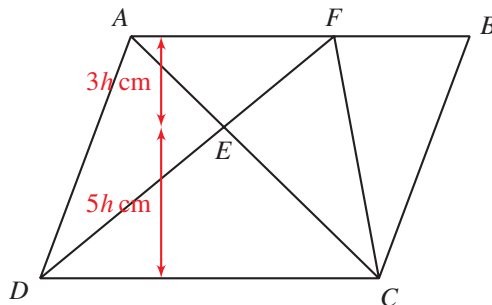
$\triangle AFE \sim \triangle CDE$ (比例 $3 : 5$)

設 $AF = 3 \text{ cm}$ ，則 $CD = 5 \text{ cm}$ 及 $BF = 2 \text{ cm}$ 。

$$\frac{(2)(3h + 5h)}{2} = 16$$

$$h = 2$$

$$\triangle CDE \text{ 的面積} = \frac{(5)(5 \times 2)}{2} = 25 \text{ cm}^2$$



19. [B]

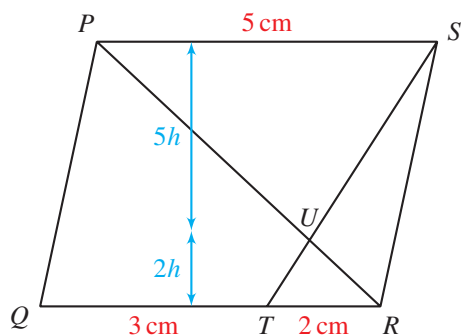
設 $QT = 3\text{ cm}$ 。則 $TR = 2\text{ cm}$ 及 $PS = 5\text{ cm}$ 。

$\triangle PSU \sim \triangle RTU$ (比例 $5 : 2$)

$$\frac{(2)(2h)}{2} = 12$$

$$h = 6$$

$$\begin{aligned}\text{所求面積} &= \frac{(5)(7h)}{2} - \frac{(2)(2h)}{2} \\ &= 93\text{ cm}^2\end{aligned}$$



20. [B]

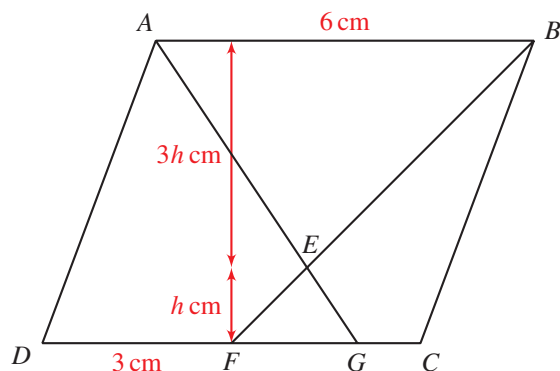
設 $CG = 1\text{ cm}$ 。則 $FG = 2\text{ cm}$ 及 $DF = 3\text{ cm}$ 及 $AB = 6\text{ cm}$ 。

$\triangle EFG \sim \triangle EBA$ (比例 $1 : 3$)

$$1265 = \frac{(3)(4h)}{2} - \frac{(2)(h)}{2}$$

$$h = 253$$

$$\begin{aligned}\triangle EBA \text{ 的面積} &= \frac{(3 \times 253)(6)}{2} \\ &= 2277\text{ cm}^2\end{aligned}$$



21. [D]

設 $AE = 1\text{ cm}$ 。則可得如圖中所示的長度。

$\triangle CDF \sim \triangle AEF$

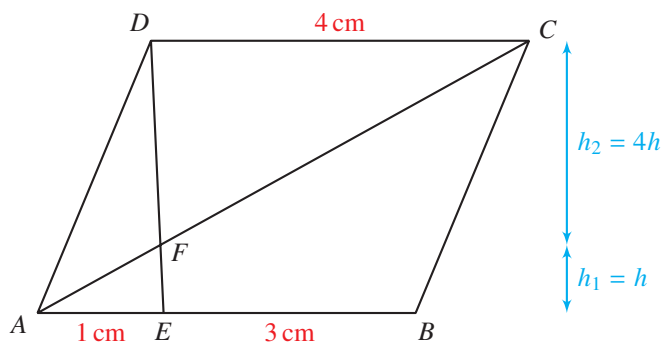
$$\begin{aligned}\frac{h_1}{h_2} &= \frac{AE}{CD} \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

考慮平行四邊形的面積，

$$(4)(5h) = 40$$

$$h = 2$$

$$\text{所求面積} = \frac{(4)(8)}{2} = 16\text{ cm}^2$$



22. A

設 $DG = 3\text{ cm}$ 。則可得以下長度，如圖中所示。

$$\triangle FIC \sim \triangle BIE$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{FC}{EB}$$

$$= \frac{3}{2}$$

考慮 $\triangle BIC$ 的面積，

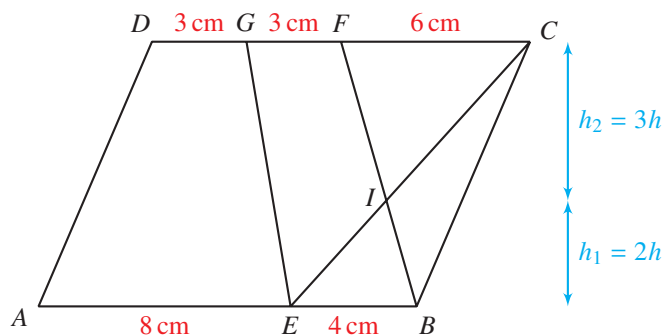
$$\frac{(4)(5h)}{2} - \frac{(4)(2h)}{2} = 6$$

$$h = 1$$

所求面積

$$= \frac{(9)(5)}{2} - \frac{(6)(3)}{2}$$

$$= 13.5\text{ cm}^2$$



23. D

設 $AB = 4\text{ cm}$ 。則可得以下長度，如圖中所示。

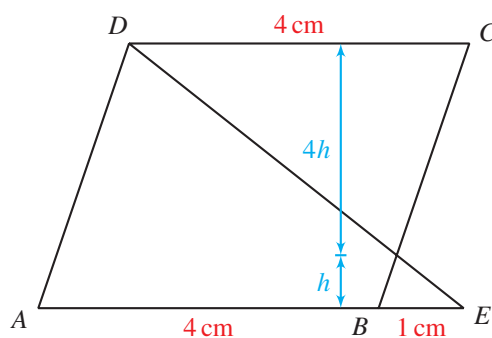
$$\triangle FCD \sim \triangle FBE$$

$$\text{高度比} = CD : BE$$

$$= 4 : 1$$

所求比例

$$= \frac{(5)(5h)}{2} \div [(4)(5h)] = \frac{5}{8}$$



24. B

旋轉圖像使得 BC 及 AD 均為水平。

$\triangle ABF \sim \triangle ECF$ 及 $BF : FC = AB : CE = 2 : 3$ 。

設 $BF = 2 \text{ cm}$ 。則可得如圖中所示的長度。

考慮 $\triangle ECF$ 的面積，

$$\frac{(3)(h_1)}{2} = 18$$

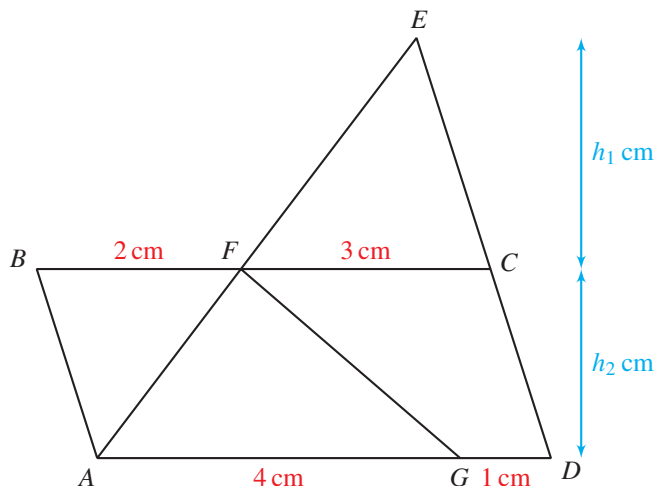
$$h_1 = 12$$

$\triangle ECF \sim \triangle EDA$

$$\frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{FC}{AD}$$

$$h_2 = 8$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(3+1)(8)}{2} \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



25. C

設 $CF = 1 \text{ cm}$ 。則可得以下長度，如圖中所示。

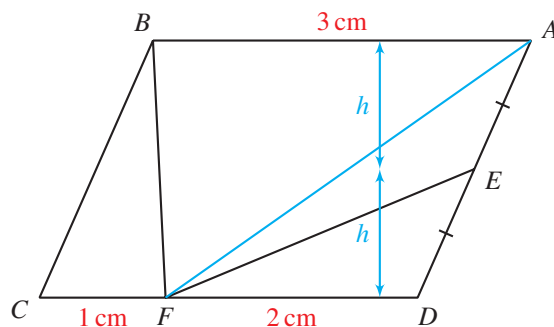
由於 $AE : ED = 1 : 1$ ，可得如圖中所示的高度比。

$$48 = (3)(2h)$$

$$h = 8$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= \frac{(3+2)(2h)}{2} - \frac{(2)(h)}{2} \\ &= 32 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



26. C

$AD : BC = 1 : 3$

$\triangle ADE \sim \triangle CBE$

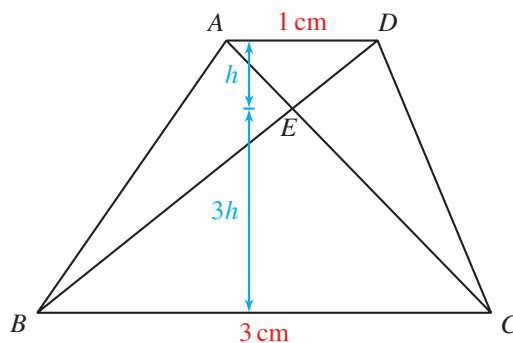
由於 $AD : BC = 1 : 3$ ，可得如圖中所示的高度比。

$$1 = \frac{(1)(h)}{2}$$

$$h = 2$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= \frac{(1+3)(4h)}{2} \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



27. C

設 $AD = 15\text{ cm}$ 。則可得如圖中所示的長度。

$$\triangle ADE \sim \triangle FBE$$

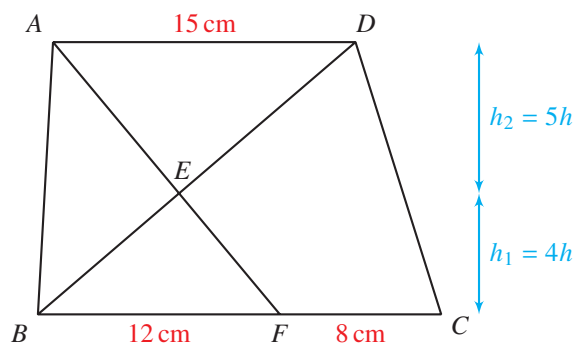
$$\begin{aligned}\frac{h_1}{h_2} &= \frac{BF}{AD} \\ &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

考慮 $ABCD$ 的面積，

$$\begin{aligned}\frac{(15 + 20)(9h)}{2} &= 210 \\ h &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

所求面積

$$\begin{aligned}&= \frac{(20)(12)}{2} - \frac{(12)\left(\frac{16}{3}\right)}{2} \\ &= 88\text{ cm}^2\end{aligned}$$



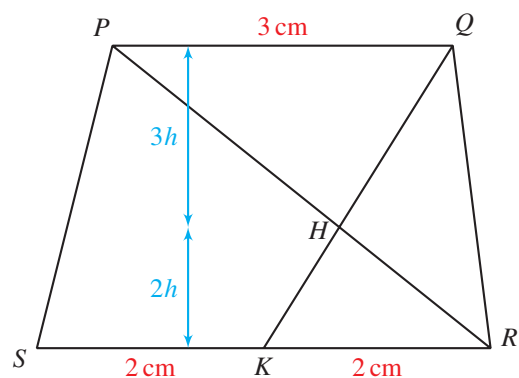
28. C

設 $PQ = 3\text{ cm}$ 。則 $SK = KR = 2\text{ cm}$ 。

$$\triangle PQH \sim \triangle RKH \quad (\text{比例 } 3 : 2)$$

$$\begin{aligned}\frac{(3)(3h)}{2} &= 90 \\ h &= 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{所求面積} &= \frac{(3 + 4)(100)}{2} \\ &= 350\text{ cm}^2\end{aligned}$$

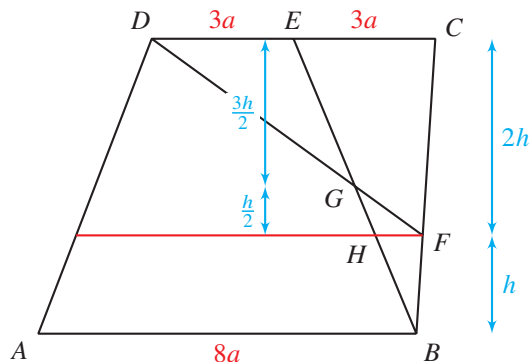


29. A

設 $CE = 3a$ 。則 $DE = 3a$ 及 $AB = 8a$ 。

設 H 為 BE 上的一點使得 $FH \parallel AB$ 。

設 $\triangle BFH$ 的高為 h 。



$\triangle BFH \sim \triangle BCE$ (比例 1 : 3)

因此， $FH = a$ 及可得高度 $2h$ ，如圖所示。

$\triangle FGH \sim \triangle DGE$ (比例 1 : 3)

因此，可得高度 $\frac{h}{2}$ 及 $\frac{3h}{2}$ ，如圖所示。

$$\begin{aligned} \triangle BFG \text{ 的面積} &= \frac{a \left(\frac{h}{2} \right)}{2} + \frac{ah}{2} \quad \text{及} \quad \triangle DEG \text{ 的面積} = \frac{(3a) \left(\frac{3h}{2} \right)}{2} \\ &= \frac{3ah}{4} \quad \quad \quad = \frac{9ah}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CEGF \text{ 的面積} &= \frac{(3a)(3h)}{2} - \frac{3ah}{4} \quad \text{and} \quad ABGD \text{ 的面積} = \frac{(3a + 8a)(3h)}{2} - \frac{9ah}{4} \\ &= \frac{15ah}{4} \quad \quad \quad = \frac{57ah}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{57ah}{4} - \frac{15ah}{4} &= 63 \\ ah &= 6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所求之差} &= \frac{9ah}{4} - \frac{3ah}{4} \\ &= 9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

30. B

$$\begin{aligned}\triangle BCD \text{ 的面積} &= (\triangle ABC \text{ 的面積}) \times \frac{BD}{BD + AD} \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \\ &= 15 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle CDE \text{ 的面積} &= (\triangle BCD \text{ 的面積}) \times \frac{CE}{CE + BE} \\ &= 15 \times \frac{2}{2 + 1} \\ &= 10 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle DEF \text{ 的面積} &= (\triangle CDE \text{ 的面積}) \times \frac{DF}{DF + FC} \\ &= 10 \times \frac{3}{3 + 1} \\ &= 7.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$