

REG-FG-2223-ASM-SET 4-MATH**建議題解****多項選擇題**1. **B**

$$\begin{aligned}2f(3) - 5 &= 2[2(3)^2 - 7(3) + 5] - 5 \\&= -1\end{aligned}$$

2. **C**

$$\begin{aligned}9g(-1) &= 9[3^{-1} - 2(-1)] \\&= 21\end{aligned}$$

3. **C**

$$\begin{aligned}f(a) - f(-a) &= -2[(a)^2 - (-a)^2] - 5[(a) - (-a)] + [4 - 4] \\&= -5(2a) \\&= -10a\end{aligned}$$

4. **A**

$$\begin{aligned}f(3) - f(-2) &= [(3)^2 - (-2)^2] - 4[(3) - (-2)] + [k - k] \\&= -15\end{aligned}$$

5. **C**

$$\begin{aligned}g(a + 1) - g(a - 1) &= [(a + 1)^2 - (a - 1)^2] - 3[(a + 1) - (a - 1)] \\&= (4a) - 3(2) \\&= 4a - 6\end{aligned}$$

6. **A**

$$\begin{aligned}f(2) - f(-2) &= 2[(2)^2 - (-2)^2] - 5[(2) - (-2)] + [k - k] \\&= -20\end{aligned}$$

7. **B**

$$\begin{aligned}f(1 - k) &= (1 - k)^2 - (1 - k) + 1 \\&= k^2 - k + 1 \\&= f(k)\end{aligned}$$

8. **D**

$$\begin{aligned}f(2m - 1) &= 3(2m - 1)^2 - 2(2m - 1) + 1 \\&= 12m^2 + (-12 - 4)m + (3 + 2 + 1) \\&= 12m^2 - 16m + 6\end{aligned}$$

9. B

$$\begin{aligned}f(1 + \beta) - f(1 - \beta) &= 3[(1 + \beta)^2 - (1 - \beta)^2] - [(1 + \beta) - (1 - \beta)] - [2 - 2] \\&= 3(4\beta) - (2\beta) \\&= 10\beta\end{aligned}$$

10. B

$$k^2 + 5k - 4 = 2k$$

$$k^2 + 3k - 4 = 0$$

$$k = -4 \quad \text{或} \quad 1$$

11. D

$$g(-1) = g(7)$$

$$(-1)^2 - 2k(-1) + 1 = (7)^2 - 2k(7) + 1$$

$$2 + 2k = 50 - 14k$$

$$k = 3$$

12. B

$$(-3)^2 - 7(-3) + 2k = 12$$

$$30 + 2k = 12$$

$$k = -9$$

13. D

$$2 = 1^2 - b(1) + 3$$

$$b = 2$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) + 3$$

$$= 6$$

14. A

$$\begin{cases} f(0) = 1 = h(-3) + k \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(8) = 1 = (8 + h)(5) + k \end{cases}$$

求解後，可得 $h = -5$ 及 $k = -14$ 。

15. B

該圖像沒有 x 截距。

方程 $4x^2 - 6x + k = 0$ 沒有實根。

$$\Delta = 6^2 - 4(4)(k) < 0$$

$$36 - 16k < 0$$

$$k > \frac{9}{4}$$

16. A

頂點的坐標為 $(2, -7)$ 。

x^2 的係數為 2 (正數)。

該圖像開口向上。

答案為 A。

17. B

頂點的坐標為 $(6, 16)$ 。

$$0 = -(x - 6)^2 + 16$$

$$0 = -x^2 + 12x - 20$$

$$x = 2 \quad \text{或} \quad 10$$

C 及 D 的坐標分別為 $(10, 0)$ 及 $(2, 0)$ 。

$$\text{所求面積} = (10 - 2)(16 - 0)$$

$$= 128$$

18. C

V 的坐標為 $(5, -9)$ 。

$$0 = (x - 5)^2 - 9$$

$$x - 5 = \pm\sqrt{9}$$

$$x = 2 \quad \text{或} \quad 8$$

A 及 B 的坐標分別為 $(2, 0)$ 及 $(8, 0)$ 。

$$\text{所求面積} = \frac{(8 - 2)(9)}{2}$$

$$= 27$$

19. B

x 截距為 -1 及 5 。

對稱軸的方程為

$$x = \frac{(-1) + 5}{2}$$

$$x = 2$$

當 $x = 2$, $y = -(2 + 1)(2 - 5) = 9$ 。

頂點的坐標為 $(2, 9)$ 。

20. B

$$b = y \text{ 截距} = -10$$

另一 x 截距為 β 。

1 及 β 為 $-2x^2 + ax - 10 = 0$ 的根。

$$1 \times \beta = \frac{-10}{-2}$$

$$\beta = 5$$

$$\text{對稱軸的方程為 } x = \frac{1 + 5}{2} = 3。$$

21. B

x 截距為 -3 及 4 。

該圖像的方程為 $y = a(x + 3)(x - 4)$ 的形式，其中 a 為一常數。

$$6 = a(0 + 3)(0 - 4)$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

所求方程為 $y = -\frac{1}{2}(x + 3)(x - 4)$ 。

22. D

$f(x) = a(x - 1)^2 - 2$ ，其中 a 為一常數。

$$4 = a(0 - 1)^2 - 2$$

$$a = 6$$

$$f(x) = 6(x - 1)^2 - 2$$

23. D

A. ✗。 $0 = (x + 2)^2 - 9$

$$0 = x^2 + 4x - 5$$

$$x = -5 \quad \text{或} \quad 1$$

x 截距為 -5 及 1 。

B. ✗。 y 截距 $= (0 + 2)^2 - 9 = -5$

C. ✗。該圖像的頂點的坐標為 $(-2, -9)$ 。

D. ✓。

24. A

I. ✓。 x^2 的係數為 1 ，是正數。

II. ✓。當 $y = 0$ ， $x = h$ 或 k 。

由於 $hk < 0$ ， h 與 k 為正負相反，不可能相等。

III. ✗。當 $x = 0$ ， $y = hk < 0$ 。

可得 y 截距 $= hk < 0$ 。

25. C

$$y = -2x^2 + 6x + 1$$

$$= -2 \left[x^2 - 2(x) \left(\frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} \right)^2 \right] + \frac{11}{2}$$

$$= -2 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{11}{2}$$

所求方程為

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2x - 3 = 0$$

26. B

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4x + 5 \\&= -[x^2 - 2(x)(2) + 2^2] + 9 \\&= -(x - 2)^2 + 9\end{aligned}$$

所求方程為 $x = 2$ 。

27. C

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 6x + 11 \\&= [x^2 - 2(x)(3) + 3^2] + 2 \\&= (x - 3)^2 + 2\end{aligned}$$

所求坐標為 $(3, 2)$ 。

28. B

Coefficient of $x^2 = -1 < 0 \Rightarrow$ the graph open downwards

$$x\text{-coordinate of vertex} = -\frac{-4}{2(-1)} = -2$$

29. C

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 16x - 6 \\&= -2[x^2 - 2(x)(4) + 4^2] + 26 \\&= -2(x - 4)^2 + 26\end{aligned}$$

最大值為 26。

30. A

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 6x - 1 \\&= [x^2 - 2(x)(3) + 3^2] - 10 \\&= (x + 3)^2 - 10\end{aligned}$$

所求坐標為 $(-3, -10)$ 。

結構式試題

31. (a) $-12 = 0^2 + a(0) + b$

$$b = -12$$

1A

$$-7 = (-5)^2 + a(-5) - 12$$

$$a = 4$$

1A

(b) $-12 = x^2 + 4x - 12$

1M

$$0 = x^2 + 4x$$

$$x = 0 \text{ 或 } -4$$

1A

C 的坐標為 $(-4, 0)$ 。

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

1M

$$x = -6 \text{ 或 } 2$$

A 及 B 的坐標分別為 $(2, 0)$ 及 $(-6, 0)$ 。

$$\text{所求面積} = \frac{(8+4)(12)}{2}$$

1M

$$= 72$$

1A

32. (a) (i) $k = 2x^2 - 8x + 3$

$$0 = 2x^2 - 8x + (3 - k)$$

α 及 β 為方程 $2x^2 - 8x + (3 - k) = 0$ 的根。

$$\alpha + \beta = -\frac{-8}{2}$$

1M

$$= 4$$

1A

(ii) $\alpha\beta = \frac{3-k}{2}$

1A

(b) $3BP = 7PA$

$$3\beta = 7(-\alpha)7\alpha + 3\beta = 0$$

1M

$$\text{解} \begin{cases} 7\alpha + 3\beta = 0 \\ \alpha + \beta = 4 \end{cases}, \text{ 可得 } \alpha = -3 \text{ 及 } \beta = 7。$$

1A+1A

$$\alpha\beta = \frac{3-k}{2}$$

$$(-3)(7) = \frac{3-k}{2}$$

$$k = 45$$

1A

33. (a) $P(n) = -2n^2 + 120n + 100$
 $= -2[n^2 - 2(n)(30) + 30^2] + 1900$ 1M
 $= -2(n - 30)^2 + 1900$
 每日盈利的極大值為 \$1900，較 \$2000 小。 1A
 不同意該宣稱。 1A
- (b) $Q(n) = P(n) + 150$
 $= -2(n - 30)^2 + 2050$ 1M
 每日盈利的極大值為 \$2050。 1A
 有可能。

34. (a) $f(x) = 60x - 2x^2$
 $= -2[x^2 - 2(x)(15) + 15^2] + 450$ 1M
 $= -2(x - 15)^2 + 450$
 所求坐標為 (15, 450)。 1A
- (b) (i) $A = x \left(\frac{120 - 4x}{2} \right)$ 1A
 $= 60x - 2x^2$ 1A
- (ii) 每個小長方形的面積
 $= \frac{60x - 2x^2}{3}$
 $= -\frac{2}{3}(x - 15)^2 + 150$ 1M
 極大面積為 150 cm^2 ，較 140 cm^2 大。
 同意該宣稱。 1A