

REG-AOT-2223-ASM-SET 5-MATH

建議題解

多項選擇題

1. B

$$\begin{aligned} \text{設 } BG &= 1。 \\ BC &= \frac{1}{\tan 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ AB &= \frac{BC}{\tan 45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \tan \theta &= \frac{AB}{BG} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

2. B

$$\begin{aligned} \text{設立方體的長度為 } 2。 \\ BM &= 1 \text{ 及 } MG = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \\ MD &= \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ 及 } ME = \sqrt{MD^2 + 2^2} = 3 \\ EG &= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \\ MG^2 &= ME^2 + EG^2 - 2(ME)(EG) \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

3. A

$$\begin{aligned} \text{設 } CD &= 1。 \\ BD &= \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ DH &= \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \\ CH &= \frac{1}{\tan 45^\circ} = 1 \\ BC &= CD \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ BH &= \sqrt{CH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{4}{3}} \\ BH^2 &= DH^2 + BD^2 - 2(DH)(BD) \cos \angle BDH \\ \angle BDH &\approx 52^\circ \end{aligned}$$

4. C

$$BD = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6} \text{ m}$$

$$DH = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{ m}$$

$$BH = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{ m}$$

$$BD^2 = DH^2 + BH^2 - 2(DH)(BH) \cos \angle BHD$$

$$\angle BHD \approx 76^\circ$$

5. C

$$BM = MG = \sqrt{4^2 + 6^2 + 5^2} = \sqrt{77} \text{ cm}$$

$$10^2 = BM^2 + MG^2 - 2(BM)(MG) \cos \angle BMG$$

$$\cos \angle BMG = \frac{27}{77}$$

6. B

由於 BV 垂直於平面 VAC ， $\angle BVA = \angle BVC = 90^\circ$ 。

$$AB = BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm 及 } BM = BN = 5 \text{ cm}$$

$\triangle BMN$ 為等邊三角形。故此， $MN = 5 \text{ cm}$ 。

$$\angle VBM = \tan^{-1} \frac{8}{6}$$

$$VM^2 = 6^2 + 5^2 - (2)(6)(5) \cos \angle VBM$$

$$VM = 5$$

故此， $VM = VN = MN = 5 \text{ cm}$ ，所求面積為 $\frac{1}{2}(5)^2 \sin 60^\circ = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ 。

7. A

所求之角為 $\angle VDC$ 。

$$\tan \angle ABC = \frac{8}{6}$$

$$\angle ABC \approx 53.1^\circ$$

$$CD = 6 \sin \angle ABC = 4.8 \text{ m}$$

$$\tan \angle VDC = \frac{12}{4.8}$$

$$\angle VDC \approx 68^\circ$$

8. B

$$BD = \frac{5}{\tan 30^\circ} = 5\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\sin \angle BCD = \frac{5\sqrt{3}}{10}$$

$$\angle BCD = 60^\circ$$

所求方位角為 $N60^\circ W$ 。

9. D

$$\angle DAC = \angle ACB = \alpha$$

$$AD = 2 \cos \alpha \text{ cm}$$

$$CD = 2 \sin \alpha \text{ cm}$$

$$CE = CD \cos \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta \text{ cm}$$

$$\text{所求體積} = \left(\frac{1}{2} (CD)(CE) \sin \beta \right) (AD)$$

$$= 4 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta \text{ cm}$$

10. A

$$\angle CAO = \alpha^\circ \text{ 及 } \angle BCO = \beta^\circ$$

$$OC = a \sin \alpha^\circ$$

$$OB = OC \tan \beta^\circ = a \sin \alpha^\circ \tan \beta^\circ$$

11. C

A. $\angle HDE = 45^\circ$

B. 留意 $\triangle BHD$ 為等邊三角形。

$$\angle BHD = 60^\circ$$

C. 設立方體的長度為 1。

$$\begin{aligned} \tan \angle AHB &= \frac{AB}{BH} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \end{aligned}$$

$$\angle AHB \approx 35.3^\circ$$

D. 留意 HG 垂直於平面 $CDEH$ 。

$$\angle DHG = 90^\circ$$

答案為 C。

12. C

A 在 $EFGH$ 的投影為 F 。

所求之角為 $\angle AEF$ 。

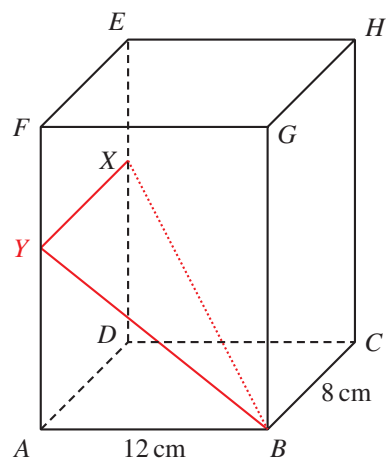
13. D

設 Y 為 AF 上的一點使得 $XY \perp AF$ 。

則 $\theta = \angle XBY$ 。

$$BY = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{8}{15} \text{ 及 } \cos \theta = \frac{15}{17}$$



14. A

設 N 為 EF 上的一點使得 $MN \perp EF$ 。

所求斜率為 $\tan \angle MDN$ 。

$$DN = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ m}$$

所求斜率 = $\tan \angle MDN$

$$= \frac{12}{17}$$

$$\approx 0.7$$

15. B

所求角為 $\angle CBH$ (或 $\angle DAE$)。

$$\angle CBH = 45^\circ$$

16. A

設 M 及 N 分別為 BD 及 AD 的中點。

所求之角為 $\angle MVN$ 。

$$MV = NV = \sqrt{15^2 - 4^2} = \sqrt{209} \text{ cm}$$

$$MN = 6 \text{ cm}$$

$$MN^2 = MV^2 + NV^2 - 2(MV)(NV) \cos \angle MVN$$

$$\angle MVN \approx 24^\circ$$

17. C

設 M 為 BC 上的一點使得 $AM \perp BC$ 。

所求角為 $\angle AMD$ 。

設每邊的邊長為 2。

$$AM = DM = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

在 $\triangle ADM$ 中，

$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})(\sqrt{3}) \cos \angle AMD$$

$$\angle AMD \approx 71^\circ$$

18. D

設 E 為 CD 上的一點使得 $BE \perp CD$ 。則 $\theta = \angle AEB$ 。

$CD = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ cm。藉考慮 $\triangle BCD$ 的面積，

$$\frac{(25)(BE)}{2} = \frac{(24)(7)}{2}$$

$$BE = \frac{168}{25}$$

$$\tan \theta = \frac{7}{BE} = \frac{25}{24}$$

結構式試題

$$19. \quad (a) \quad \triangle ACD \text{ 的面積} = \frac{1}{2}(20)(24) \sin 60^\circ \quad 1M$$

$$= 120\sqrt{3} \text{ cm}^2 \quad 1A$$

(b) 設 M 為 A 至 CD 的垂足。

所求之角為 $\angle AMB$ 。

1A

在 $\triangle ACD$ 中，

$$CD^2 = 20^2 + 24^2 - 2(20)(24) \cos 60^\circ \quad 1M$$

$$CD \approx 22.3 \text{ cm}$$

$$20^2 = CD^2 + 24^2 - 2(CD)(24) \cos \angle ADC$$

$$\angle ADC \approx 51.1^\circ$$

在 $\triangle ADM$ 中， $AM = AD \sin \angle ADC \approx 18.7 \text{ cm}$ 。

1M

在 $\triangle ABM$ 中，

$$\sin \angle AMB = \frac{18}{AM}$$

$$\angle AMB \approx 74.7^\circ$$

1A

所求之角為 74.7° 。

(c) AB 為 A 至平面 BCD 的最短距離。

設 h 為 B 至平面 ACD 的最短距離。

考慮四面體的體積，

$$\frac{1}{3}(\triangle ACD \text{ 的面積})(h) = \frac{1}{3}(\triangle BCD \text{ 的面積})(AB)$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}(CD)(AM)(h) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}(CD)(BM)(AB)$$

$$h = \frac{BM}{AM}(AB)$$

1M

由於 $AM > BM$ ， $h < AB$ 。

同意該宣稱。

1A

20. (a) 設 D 為 AB 的中點。

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{10^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{75} \text{ cm} \end{aligned}$$

在 $\triangle VAB$ 中，

$$\begin{aligned} VD &= 5 \tan 70^\circ \\ &\approx 13.7 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VA &= \frac{5}{\cos 70^\circ} \\ &\approx 14.6 \text{ cm} \end{aligned}$$

1A

在 $\triangle VCD$ 中，

$$VC^2 = VD^2 + CD^2 - 2(VD)(CD) \cos \angle VDC \quad 1M$$

$$\angle VDC \approx 77.9^\circ$$

$$\text{角錐的高} = VD \sin \angle VDC \quad 1M$$

$$\approx 13.4 \text{ cm} \quad 1A$$

- (b) (i) 在 $\triangle MAB$ 中，

$$\frac{MA}{\sin 50^\circ} = \frac{10}{\sin(180^\circ - 70^\circ - 50^\circ)} \quad 1M$$

$$MA \approx 8.85 \text{ cm} \quad 1A$$

- (ii) 設 h cm 及 H cm 分別為 M 至 $\triangle ABC$ 的垂直距離及角錐 $VABC$ 的高。

$$\frac{h}{H} = \frac{AM}{VA} \quad 1M$$

$$h \approx 8.13 \quad 1A$$

在 $\triangle AMB$ 中，

$$MB^2 = AM^2 + 10^2 - 2(AM)(10) \cos 70^\circ$$

$$MB \approx 10.9 \text{ cm} \quad 1A$$

故此，

$$\sin \alpha = \frac{h}{MB} \quad 1M$$

$$\alpha \approx 48.5^\circ \quad 1A$$