

Dexter Wong & His Mathematics Team

暑期課程 2022 – 2023

數學 必修部分

S5 – S6 Core 功課 第 5 套

名字：_____

分校：_____

上課日：日 / 一 / 二 / 三 / 四 / 五 / 六

考生須知

1. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
2. 除特別指明外，須詳細列出所有算式（多項選擇題除外）。
3. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
4. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

建議題解



派發於暑期課程

S5 – S6 Core

第 2 期 – 第 1 堂

1. B

設 $OA = r \text{ cm}$ 。

$$r^2 \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin 60^\circ = 10$$

$$r \approx 10.5$$

2. D

$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - 30^\circ - 105^\circ)}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. A

設 $BP = 1$ 。故此， $PQ = QC = 1$ 及 $AB = AC = 3$ 。

在 $\triangle ABP$ 中， $AP = \sqrt{3^2 + 1^2 - 2(1)(3) \cos 60^\circ} \approx 2.65$ 。同樣地， $AQ = AP \approx 2.65$ 。

在 $\triangle APQ$ 中， $\angle PAQ = \cos^{-1} \frac{AP^2 + AQ^2 - PQ^2}{2(AP)(AQ)} \approx 22^\circ$

4. D

$$a = 36 \times \frac{3}{3+4+5} = 9 \text{ cm}$$

$$b = 9 \times \frac{4}{3} = 12 \text{ cm 及 } c = 9 \times \frac{5}{3} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{設 } s = \frac{a+b+c}{2} = 18 \text{ cm}。$$

$$\text{面積} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= 54 \text{ cm}^2$$

5. D

$CD = AB = 5 \text{ cm}$ 。考慮 $\triangle ACD$ 。

$$\text{設 } s = \frac{4+5+7}{2} = 8。$$

$$\triangle ACD \text{ 的面積} = \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)}$$

$$= \sqrt{96} \text{ cm}^2$$

$$\text{所求面積} = 2 \times \sqrt{96}$$

$$= 8\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

6. C

設 O 為 BD 的中點。

留意 $\triangle ABO$ 、 $\triangle AEO$ 及 $\triangle DEO$ 均為等邊三角形，可得 $BD = 16 \text{ cm}$ 。

$$16^2 = 10^2 + 10^2 - 2(10)(10) \cos \angle BCD$$

$$\angle BCD \approx 106^\circ$$

7. B

代 $AB = 5 \text{ cm}$ 。則 $BC = 7 \text{ cm}$ 及 $CA = 9 \text{ cm}$ 。

$$9^2 = 5^2 + 7^2 - 2(5)(7) \cos \angle B$$

$$\angle B \approx 95.7^\circ$$

8. B

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= 6^2 \pi \times \frac{40^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}(6)(3) \sin 40^\circ \\ &\approx 6.78 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. B

$$\angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$AE = 6 \cos 30^\circ = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AD = BC = \frac{6}{\tan 60^\circ} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\angle DAE = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{1}{2}(AD)(AE) \sin 60^\circ \\ &= \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

10. B

$$\frac{1}{2}(x)(x) \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \quad \text{或} \quad -6 \quad (\text{捨去})$$

11. B

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= 6^2 \pi - 3 \times \frac{1}{2}(6)(6) \sin 120^\circ \\ &\approx 66.3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

12. C

設 E 為 AD 上的一點使得 $CE \parallel AB$ 。

$$\angle CED = 180^\circ - \beta \quad \text{及} \quad DE = x - y$$

$$\begin{aligned} \frac{CD}{\sin(180^\circ - \beta)} &= \frac{x - y}{\sin(\beta - \phi)} \\ CD &= \frac{(x - y) \sin \beta}{\sin(\beta - \phi)} \end{aligned}$$

13. D

$$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin 70^\circ} = \frac{8}{\sin 50^\circ}$$

$$AB \approx 9.81 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{1}{2}(AB)(8) \sin 60^\circ \\ &\approx 34.0 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

14. A

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= 4^2 \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}(4)(4) \sin 60^\circ \\ &\approx 1.45 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

15. D

設 $OB = x$ 。

$$\begin{aligned} \text{所求比例} &= \left[\frac{1}{2}(x)^2 \sin 45^\circ \right] : \left(x^2 \pi \times \frac{45^\circ}{360^\circ} \right) : \left(\frac{1}{2}(x)(x \tan 45^\circ) \right) \\ &= \frac{x^2 \sqrt{2}}{4} : \frac{x^2 \pi}{8} : \frac{x^2}{2} \\ &= 2\sqrt{2} : \pi : 4 \end{aligned}$$

16. C

$$12\sqrt{3} = 2 \times \frac{1}{2}(AB)(AD) \sin 120^\circ$$

$$= AB(6) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 4$$

17. A

設 E 為 CD 上的一點使得 $AE \parallel BC$ 。

則 $ABCE$ 為一平行四邊形。

$AE = 5 \text{ cm}$ 、 $DE = 9 - 4 = 5 \text{ cm}$ 及 $\angle AED = 56^\circ$ 。

$$x^2 = 5^2 + 5^2 - 2(5)(5) \cos 56^\circ$$

$$x \approx 4.69$$

18. B

作線段 AC 如圖所示。

在 $\triangle ABC$ 中，

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) \cos 60^\circ$$

$$AC = \sqrt{21}$$

及

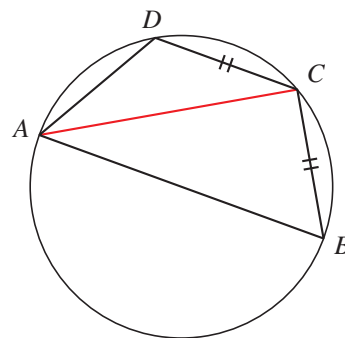
$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2(AC)(AB) \cos \angle BAC$$

$$\angle BAC \approx 49.1^\circ$$

由於 $CD = BC$ ， $\angle CAD = \angle BAC \approx 49.1^\circ$ 。

在 $\triangle ACD$ 中， $\angle ADC = 120^\circ$ 及 $\angle ACD = 180^\circ - 120^\circ - \angle BAC \approx 10.9^\circ$ 。

四邊形的面積 $= \frac{1}{2}(CD)(AC) \sin \angle ACD + \frac{1}{2}(AB)(BC) \sin 60^\circ \approx 10.4$ ，即 $6\sqrt{3}$ 。



19. C

在 $\triangle PSQ$ ，

$$\frac{3}{\sin \angle PQS} = \frac{7}{\sin 120^\circ}$$

$$\angle PQS \approx 21.8^\circ$$

$$\angle SPQ = 180^\circ - 120^\circ - \angle PQS \approx 38.2^\circ$$

在 $\triangle PQR$ 中，設 $RS = x$ cm。

$$QR^2 = PQ^2 + PR^2 - 2(PQ)(PR) \cos \angle QPR$$

$$19^2 = 7^2 + (3 + x)^2 - 2(7)(3 + x) \cos \angle SPQ$$

$$0 = (3 + x)^2 - 14 \cos \angle SPQ (3 + x) - 312$$

$$x + 3 = 24 \quad \text{或} \quad -13 \quad (\text{捨去})$$

$$x = 21$$

20. B

$$1.5^2 = 2.8^2 + 4.1^2 - 2(2.8)(4.1) \cos \angle ACB$$

$$\angle ACB \approx 12.7^\circ$$

$$h = 4.1 \sin \angle ACB = 0.9$$

21. B

考慮 $\triangle BCD$ 。

$$10^2 = 5^2 + 6^2 - 2(5)(6) \cos \angle BCD$$

$$\angle BCD \approx 131^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BCD \approx 49^\circ$$

22. C

$$\text{設 } s = \frac{8 + 12 + 18}{2} = 19。$$

$$\triangle BCD \text{ 的面積} = \sqrt{19(19-8)(19-12)(19-18)} \\ \approx 38.2 \text{ cm}^2$$

$$\text{所求面積} = 2(\triangle BCD \text{ 的面積}) \\ \approx 76.5 \text{ cm}^2$$

23. B

$$\text{設 } AC = 2。 \text{ 則 } BC = 2、CD = 1 \text{ 及 } AE = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}。$$

$$\text{留意 } CE \perp AB, \angle ACE = \sin^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ。$$

$$\angle CAD = \tan^{-1} \frac{1}{2} \approx 26.6^\circ$$

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ - \tan^{-1} \frac{1}{2} \approx 108^\circ$$

$$\sin \theta \approx 0.948683。$$

$$\text{藉檢查所有選項，可得 } \sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}。$$

24. D

設 E 為 CD 上的一點使得 $AE \parallel BC$ 。

則 $ABCE$ 為一平行四邊形。

$$\frac{DE}{AD} = \frac{100 - 60}{40} = \frac{40}{40} = 1 \text{ 及 } \angle ADE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ 及 } \angle AED = \angle BCD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ。$$

$$\frac{AD}{\sin 70^\circ} = \frac{40}{\sin(180^\circ - 60^\circ - 70^\circ)}$$

$$AD \approx 49 \text{ cm}$$

25. 在 $\triangle ABD$ 中，

$$BD^2 = 10^2 + 9^2 - 2(10)(9) \cos 36^\circ \quad 1M$$

$$BD \approx 5.95 \text{ cm} \quad 1A$$

$$\begin{aligned} \triangle ABD \text{ 的面積} &= \frac{1}{2}(9)(10) \sin 36^\circ \\ &\approx 26.5 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1M$$

在 $\triangle BCD$ 中，

$$\begin{aligned} s &= \frac{BD + BD + 7}{2} \\ &\approx 9.45 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle BCD \text{ 的面積} &= \sqrt{s(s - BD)^2(s - 7)} \\ &\approx 16.8 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1M$$

$$\begin{aligned} \text{四邊形 } ABCD \text{ 的面積} &= (\triangle BCD \text{ 的面積}) + (\triangle ABD \text{ 的面積}) \\ &\approx 43.3 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1A$$

26. 考慮 $\triangle ABC$ ，設 $s = \frac{12 + 5 + 15}{2} = 16 \text{ cm}$ 。

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 的面積} &= \sqrt{16(16 - 12)(16 - 5)(16 - 15)} \\ &= \sqrt{704} \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1M$$

$$\begin{aligned} ABCDE \text{ 的面積} &= \sqrt{704} + \frac{1}{2}(5)(3 + 8) \sin 60^\circ - \frac{1}{2}(5)(3) \sin 60^\circ \\ &\approx 43.9 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} 1M+1M \\ 1A \end{array}$$

27. (a) $\angle BAC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ 及 $\angle ABC = 110^\circ - 25^\circ = 85^\circ$ 。

$$\frac{AB}{\sin 25^\circ} = \frac{4}{\sin 70^\circ} \quad 1M$$

$$AB \approx 1.80 \text{ cm} \quad 1A$$

$$\frac{AC}{\sin 85^\circ} = \frac{4}{\sin 70^\circ}$$

$$AC \approx 4.24 \text{ cm} \quad 1A$$

$$\begin{aligned} \text{(b) 所求面積} &= \pi(AB)^2 \frac{110^\circ}{360^\circ} + \frac{1}{2}(4)(AC) \sin 25^\circ \\ &\approx 6.69 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} 1M+1M \\ 1A \end{array}$$

28. (a) $BE = DE \quad 1M$

$$\frac{15}{\sin \angle ECD} = \frac{16}{\sin 53^\circ} \quad 1M$$

$$\angle ECD \approx 48.5^\circ \text{ 或 } 132^\circ \text{ (捨去)} \quad 1A$$

(b) $\angle CDB = 180^\circ - 53^\circ - \angle ECD \approx 78.5^\circ$

$$BC^2 = 30^2 + 16^2 - 2(30)(16) \cos \angle CDB \quad 1M$$

$$BC \approx 31.1 \text{ cm}$$

$$\text{所求周界} = 2(BC + 16) \quad 1M$$

$$\approx 94.1 \text{ cm} \quad 1A$$

29. $AE^2 = 12^2 + 10^2 - 2(12)(10) \cos 110^\circ$ 1M
- $AE \approx 18.1 \text{ cm}$ 1A
- $12^2 = 10^2 + AE^2 - 2(10)(AE) \cos \angle AEB$ 1M
- $\angle AEB \approx 38.6^\circ$
- $DE^2 = 5^2 + 3^2 - 2(5)(3) \cos 130^\circ$
- $DE \approx 7.30 \text{ cm}$
- $3^2 = 5^2 + DE^2 - 2(5)(DE) \cos \angle DEC$
- $\angle DEC \approx 18.4^\circ$ 1A
- $\angle AED = 180^\circ - \angle DEC - \angle AEB \approx 123^\circ$
- $\triangle AED$ 的面積 $= \frac{1}{2}(AE)(DE) \sin \angle AED$ 1M
- $\approx 55.3 \text{ cm}^2$ 1A
-
30. $AB^2 = 10^2 + 8^2 - 2(10)(8) \cos 75^\circ$ 1M
- $AB \approx 11.1 \text{ cm}$
- $\frac{\sin \angle BAE}{8} = \frac{\sin 75^\circ}{AB}$ 1M
- $\angle BAE \approx 44.3^\circ$ 或 136° (捨去)
- $AC^2 = 12^2 + 9^2 - 2(12)(9) \cos 82^\circ$ 1M
- $AC \approx 14.0 \text{ cm}$
- $\frac{\sin \angle CAD}{9} = \frac{\sin 82^\circ}{AC}$ 1M
- $\angle CAD \approx 39.7^\circ$ 或 140° (捨去)
- $\angle BAC = 180^\circ - \angle BAE - \angle CAD \approx 96.1^\circ$
- $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2}(AB)(AC) \sin \angle BAC$ 1M
- $\approx 76.9 \text{ cm}^2$ 1A