

REG-NSCN-2223-ASM-SET 1-MATH

建議題解

多項選擇題

1. ☐ D

π 為一無理數。

A. ✗。

B. ✗。無理數不能被表示為分數。

C. ✗。

D. ✓。無理數同為實數。

2. ☐ A

A. ✓。

B. ✗。 $\sqrt{-5} = \sqrt{5}i$ 不是實數。

C. ✗。

D. ✗。

3. ☐ C

I. ✓。實數同為複數。

舉例， $\sqrt{-8} = -2$ 為實數，亦即同為複數。

II. ✗。只有一個結果。

舉例， $\sqrt{27} = 3$ 。

III. ✗。只有一個結果。

傳統上，平方根只給出非負結果作為答案。舉例， $\sqrt{4} = 2$ 。

4. ☐ B

I. ✓。設 $a = \frac{p}{q}$ 及 $b = \frac{m}{k}$ ，其中 p 、 q 、 m 及 k 均為整數。

$\frac{a}{b} = \frac{p}{q} \div \frac{m}{k} = \frac{pk}{mq}$ 同為有理數。

II. ✗。代 $a = b = 1$ ，則 $\sqrt{ab} = \sqrt{1} = 1$ 為有理數。

III. ✓。

5. ☐ B

I. ✗。非實數不是無理數。

II. ✗。循環小數為有理數。

III. ✓。

6. D

- A. ✓。設 $p = \frac{a}{b}$ 及 $q = \frac{c}{d}$ ，其中 a 、 b 、 c 及 d 均為整數。
 $\frac{7p}{2q} = \frac{7ad}{2bc}$ 為有理數。
- B. ✓。留意 $2p^2 > 0$ 。 $\sqrt{2p^2}$ 為實數。
- C. ✓。與 A 的證明相似。
- D. ✗。代 $q = 1$ 及 $p = -3$ ，則 $3q + p = 0$ 。

7. C

- A. ✗。 $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
- B. ✗。 $2\pi + 6\pi = 8\pi$
- C. ✓。 $0.\dot{6} + 0.\dot{4} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{10}{9}$
- D. ✗。 $\tan 30^\circ \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

8. A

- A. ✓。
- B. ✗。所有整數為有理數。
- C. ✗。兩有理數之和為有理數。
因此，若干個有理數之和同為有理數。
- D. ✗。 $\sqrt{2}$ 為無理數，但 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 為有理數。

9. A

- I. ✓。
- II. ✗。無理數為實數。
留意非實數如 $1 + \sqrt{2}i$ 不是無理數。
- III. ✗。有不是實數的複數，例如 $1 + 2i$ 。

10. D

- A. ✓。循環小數為有理數。
- B. ✓。 $\sqrt{196} = 14$ 為有理數。
- C. ✓。 $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ 為有理數。
- D. ✗。

11. C

$$0.\dot{6}\dot{2}\dot{8} = 0.6282\dot{8}\dot{2}$$

$$0.\dot{6}\dot{2}8\dot{2} = 0.6282\dot{2}8\dot{2}$$

$$0.\dot{6}2\dot{8} = 0.628\dot{6}2\dot{8}$$

可得 $0.\dot{6}\dot{2}8\dot{2} < 0.\dot{6}2\dot{8} < 0.\dot{6}\dot{2}\dot{8}$ 。

12. C

設 $x = 1.1\dot{1}\dot{3}$ 。

$$100x - x = 111.3\dot{1}\dot{3} - 1.1\dot{1}\dot{3}$$

$$99x = 110.2$$

$$x = \frac{551}{495}$$

13. C

A. $0.9\dot{0}9\dot{9} = 0.9099\dot{0}9\dot{9}$

$$0.90\dot{9} = 0.9099\dot{9}$$

因此， $0.9\dot{0}9\dot{9} < 0.90\dot{9}$ 。

B. $0.8\dot{0}\dot{8} = 0.\dot{8}\dot{0}$

C. $0.\dot{6}\dot{2} = 0.62\dot{6}\dot{2}$

$$0.6\dot{2}\dot{4} = 0.624\dot{2}\dot{4}$$

因此， $0.\dot{6}\dot{2} > 0.6\dot{2}\dot{4}$ 。

D. $0.\dot{5}8\dot{1} = 0.581\dot{5}8\dot{1}$

$$0.5\dot{8}\dot{1} = 0.5818\dot{1}\dot{8}$$

因此， $0.\dot{5}8\dot{1} < 0.5\dot{8}\dot{1}$ 。

14. A

設 $x = 0.\dot{2}3456\dot{7}$ 。

$$1\,000\,000x - x = 234567.\dot{2}3456\dot{7} - 0.\dot{2}3456\dot{7}$$

$$999\,999x = 234567$$

$$x = \frac{26\,063}{111\,111}$$

15. B

設 $x = 0.\dot{2}\dot{4}$ 。

$$100x - x = 24.\dot{2}\dot{4} - 0.\dot{2}\dot{4}$$

$$99x = 24$$

$$x = \frac{8}{33}$$

16. C

設 $x = 0.\dot{6}0\dot{6}$ 。

$$1000x - x = 606.\dot{6}0\dot{6} - 0.\dot{6}0\dot{6}$$

$$999x = 606$$

$$x = \frac{202}{333}$$

17. C

設 $x = 0.\dot{5}$ 。

$$10x - x = 5.\dot{5} - 0.\dot{5}$$

$$9x = 5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned} 2.\dot{5} + 3.\dot{5} &= \left(2 + \frac{5}{9}\right) + \left(3 + \frac{5}{9}\right) \\ &= 6\frac{1}{9} \\ &= 6.\dot{1} \end{aligned}$$

18. B

- A. ✗。代 $x = y = 1$ ，則 $x + 2y = 3$ 不是偶數。
B. ✓。 x^2 及 y^2 均為奇數。因此， $x^2 + y^2$ 為偶數。
C. ✗。 xy 為奇數。因此， $(xy)^2$ 為奇數。
D. ✗。

19. B

- A. ✓。留意 $x + y$ 為奇數。
因此， $x + y + 1$ 為偶數及 $\frac{x + y + 1}{2}$ 為整數。
B. ✗。代 $x = 2$ 及 $y = 3$ ，則 $5x - y = 7$ 不是偶數。
C. ✓。 xy 為偶數。因此， $xy + 1$ 為奇數。

20. A

- A. ✓。留意 $6k$ 為偶數。因此， $6k - 3$ 為奇數。
B. ✓。 $k^2 + k = k(k + 1)$ 為一奇數及一偶數之積。因此，它是偶數。
C. ✗。代 $k = 2$ ，則 $3k + 5 = 11$ 不是偶數。

21. C

- A. ✗。代 $p = 1$ 、 $q = 2$ 及 $r = 3$ ，則 $p + q + r = 6$ 不是奇數。
B. ✗。代 $p = 2$ 、 $q = 3$ 及 $r = 4$ ，則 $p + q + r = 9$ 不是偶數。
C. ✓。在 p 、 q 及 r 中至少有一個偶數。
積 pqr 為偶數。
D. ✗。

22. B

- A. ✗。代 $p = 1$ 及 $q = 2$ ，則 $p - q = -1$ 不是偶數。
B. ✓。 p 及 q 其中一個為偶數。積 pq 因此為偶數。
C. ✗。代 $p = 1$ 及 $q = 2$ ，則 $p^2 + q^2 = 5$ 不是偶數。
D. ✗。代 $p = 1$ 及 $q = 2$ ，則 $(p + q)^2 = 9$ 不是偶數。

23. D

$$\begin{aligned} (-1)^{4N} - (-1)^{2N+1} - (-1)^{2N-1} &= (1) - (-1) - (-1) \\ &= 3 \end{aligned}$$

24. B

- I. ✓。 $3k$ 為奇數。因此， $3k + 1$ 為偶數。
II. ✗。存在整數 m 使得 $k = 2m + 1$ 。
 $\frac{2k + 4}{4} = \frac{2(2m + 1) + 4}{4} = (m + 1) + \frac{1}{4}$ 不是整數。
III. ✓。 $k + 5$ 為偶數。因此， $\frac{k + 5}{2}$ 為整數。

25. A

- I. ✓。 $4k$ 為偶數。因此， $4k + 1$ 為偶數。
II. ✗。代 $k = 1$ ，則 $(k - 1)(k + 1) = 0$ 不是奇數。
III. ✗。代 $k = 2$ ，則 $3k = 6$ 不是奇數。

26. B

$$\begin{aligned} \sqrt{98} - \frac{4}{\sqrt{2}} + \sqrt{18} &= 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

27. A

$$\begin{aligned} \sqrt{64a} - \sqrt{9a} &= 8\sqrt{a} - 3\sqrt{a} \\ &= 5\sqrt{a} \end{aligned}$$

28. B

$$\sqrt{2}(x - 3) = 4$$

$$x - 3 = 2\sqrt{2}$$

$$x = 3 + 2\sqrt{2}$$

29. A

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{12} - 2)}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 2(\sqrt{3} - 1) \\ &= (\sqrt{3} + 1) \times 2(\sqrt{3} - 1) \\ &= 2(3 - 1) \\ &= 4\end{aligned}$$

30. C

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{27} - \sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 &= \left(3\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \\ &= \left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2 \\ &= \frac{49}{3}\end{aligned}$$

結構式試題

31. (a) Let $x = 0.1\dot{2}\dot{7}$.

$$100x - x = 12.7\dot{2}\dot{7} - 0.1\dot{2}\dot{7} \quad 1M$$

$$99x = 12.6$$

$$x = \frac{7}{55} \quad 1A$$

(b) $0.1\dot{2}\dot{7}x = 14$

$$\frac{7x}{55} = 14$$

$$x = 110 \quad 1A$$

32. (a) Let $x = 0.\dot{3}\dot{3}\dot{0}$.

$$1000x - x = 330.\dot{3}\dot{3}\dot{0} - 0.\dot{3}\dot{3}\dot{0} \quad 1M$$

$$999x = 330$$

$$x = \frac{110}{333} \quad 1A$$

Let $y = 0.3\dot{3}\dot{0}$.

$$100x - x = 33.0\dot{3}\dot{0} - 0.3\dot{3}\dot{0} \quad 1M$$

$$99x = 32.7$$

$$x = \frac{109}{330} \quad 1A$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } 0.\dot{3}\dot{3}\dot{0} - 0.3\dot{3}\dot{0} &= \frac{110}{333} - \frac{109}{330} \\ &= \frac{1}{36630} \end{aligned} \quad 1A$$

33. (a) $5\sqrt{75} - \sqrt{\frac{3}{49}} = 5(5\sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}}{7}$ 1M

$$= \frac{174\sqrt{3}}{7} \quad 1A$$

(b) $\sqrt{\frac{27}{16}} + \sqrt{\frac{147}{16}} = \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{4}$ 1M

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad 1A$$

(c) $2\sqrt{32} - \sqrt{\frac{2}{121}} = 2(4\sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}}{11}$ 1M

$$= \frac{87\sqrt{2}}{11} \quad 1A$$

(d) $\sqrt{\frac{75}{144}} - \sqrt{\frac{108}{225}} = \frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{6\sqrt{3}}{15}$ 1M

$$= \frac{\sqrt{3}}{60} \quad 1A$$

34. (a) $\frac{3}{\sqrt{99}} + \frac{\sqrt{11}}{5} = \frac{3}{3\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} + \frac{\sqrt{11}}{5}$ 1M
- $$= \frac{\sqrt{11}}{11} + \frac{\sqrt{11}}{5}$$
- $$= \frac{16\sqrt{11}}{55}$$
- 1A
- (b) $\frac{7}{\sqrt{28}} - \frac{3\sqrt{7}}{4} = \frac{7}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{4}$ 1M
- $$= \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{3\sqrt{7}}{4}$$
- $$= -\frac{\sqrt{7}}{4}$$
- 1A
- (c) $\sqrt{\frac{16}{27}} - \frac{\sqrt{48}}{7} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{7}$ 1M
- $$= \frac{4\sqrt{3}}{9} - \frac{4\sqrt{3}}{7}$$
- $$= -\frac{8\sqrt{3}}{63}$$
- 1A
- (d) $\sqrt{\frac{27}{125}} + \frac{\sqrt{135}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{15}}{4}$ 1M
- $$= \frac{3\sqrt{15}}{25} + \frac{3\sqrt{15}}{4}$$
- $$= \frac{87\sqrt{15}}{100}$$
- 1A