

Dexter Wong & His Mathematics Team

暑期課程 2022 – 2023

數學 必修部分

S4 – S5 Core 功課 第 3 套

名字：_____

電話：_____

學生編號：_____

分校：_____

上課日：日 / 一 / 二 / 三 / 四 / 五 / 六

考生須知

1. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
2. 除特別指明外，須詳細列出所有算式（多項選擇題除外）。
3. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
4. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

建議題解



派發於暑期課程

S4 – S5 Core

第 1 期 – 第 3 堂

1. A

$\angle OBD = 90^\circ$ 、 $\angle ACD = 90^\circ$ 及 $AB = AC = 4 \text{ cm}$ 。

$\triangle OBD \sim \triangle ACD$ 及 $AC = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = 8 \text{ cm}$ 。

$$\begin{aligned}\frac{OB}{AC} &= \frac{BD}{CD} \\ \frac{OB}{4} &= \frac{8-4}{\sqrt{8^2-4^2}} \\ OB &= \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}\end{aligned}$$

2. D

$AB = AE$ 及 $\angle ABE = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$

$\angle CBF = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

$\angle BFD = 117^\circ + 27^\circ = 144^\circ$

3. C

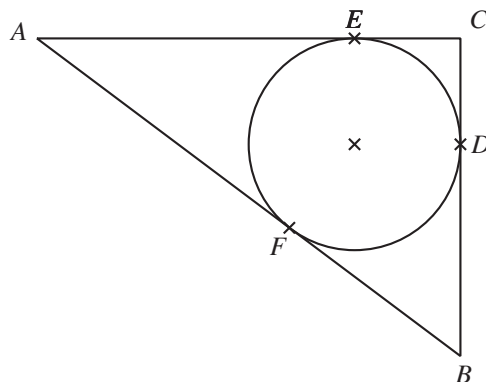
設 D 、 E 、 F 分別為內切圓與 BC 、 AC 、 AB 的切點。

設 $CE = x$ 。則 $AE = 12 - x$ 、 $CD = x$ 及 $BD = 5 - x$ 。

利用切線性質， $AF = 12 - x$ 及 $BF = 5 - x$ 。

由於 $AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ，可得 $x = 2$ 。

因此，內心的坐標為 $(10, 3)$ 。



4. A

$CB = CD$ 及 $\angle CDB = \angle DBC = 34^\circ$ 。

$\angle BDF = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ 。

$\angle FDE = 180^\circ - 80^\circ - 34^\circ = 66^\circ$ 。

$ED = EF$ 、 $\angle EFD = \angle EDF = 66^\circ$ 及 $\angle DEF = 180^\circ - 66^\circ - 66^\circ = 48^\circ$ 。

5. C

設 O 為圓 DPQ 的圓心。則 O 、 P 、 C 、 Q 共圓。

$\angle PCQ = 90^\circ$ and $\angle POQ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。

$\angle PDQ = \frac{\angle POQ}{2} = 45^\circ$ 。

6. D

設 $\angle CAP = x^\circ$

$$\angle QCP = \angle CAP + \angle CPA = 27^\circ + x$$

$$PC = PQ \text{ 及 } \angle PQC = \angle QCP = 27^\circ + x$$

$$AP = AQ \text{ 及 } \angle APQ = \angle PQC = 27^\circ + x$$

考慮 $\triangle APQ$ 。

$$2(27^\circ + x) + x = 180^\circ$$

$$x = 42^\circ$$

7. B

$$\angle OBC = 90^\circ \text{ 及 } \angle AOB = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle DOE = \angle AOB = 62^\circ \text{ 及 } \angle OED = \frac{180^\circ - 62^\circ}{2} = 59^\circ$$

8. B

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ 及 } \angle ABD = 90^\circ$$

$$\angle BAC = \angle DAB$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ADB$$

設該圓的半徑為 r 。

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$$

$$\frac{6}{2r} = \frac{2r}{6+2}$$

$$r = 2\sqrt{3}$$

所求半徑為 $2\sqrt{3}$ cm。

9. D

$$\text{設 } \angle ATB = a^\circ \text{ 則 } \angle BTC = 50^\circ - a^\circ$$

$$TA = TB \text{ 及 } \angle ABT = \frac{180^\circ - a}{2}$$

$$TB = TC \text{ 及 } \angle TBC = \frac{180^\circ - (50^\circ - a)}{2}$$

$$\angle ABC = \frac{180^\circ - a}{2} + \frac{180^\circ - (50^\circ - a)}{2} = 155^\circ$$

10. A

$$\text{設 } \angle RAO = a \text{ 及 } \angle RBO = b$$

$$\text{則 } \angle PBO = \angle RBO = b \text{ 及 } \angle RAO = \angle QAO = a$$

$$(2a) + (2b) + 52^\circ = 180^\circ$$

$$a + b = 64^\circ$$

$$\angle AOB = 180^\circ - (a + b) = 116^\circ$$

11. C

$$\angle ACB = \angle QAB = 64^\circ$$

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 128^\circ$$

$$OA = OB \text{ 及 } \angle OBA = \frac{180^\circ - 128^\circ}{2} = 26^\circ$$

$$\angle BOC = \angle OBA = 26^\circ$$

$$\text{反角 } \angle AOC = 360^\circ - 26^\circ - 128^\circ = 206^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{206^\circ}{2} = 103^\circ$$

12. D

設 O 為圓心。

$$\angle OPB = \angle OQB = \angle OSL = \angle ORL = 90^\circ$$

$$\angle HAC = \angle HCA = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ \text{ 及 } \angle BCH = \angle HCA = 54^\circ$$

$$\text{在 } OQCS \text{ 中, } \angle QOS = 360^\circ - 54^\circ - 90^\circ \times 2 = 126^\circ \text{ 及 } \angle ROS = 126^\circ \times \frac{4}{4+5} = 56^\circ$$

$$\text{在 } OPHS \text{ 中, } \angle POS = 360^\circ - 108^\circ - 90^\circ \times 2 = 72^\circ$$

$$\text{在 } OPAR \text{ 中, } \angle BAK = 360^\circ - 56^\circ - 72^\circ - 90^\circ \times 2 = 52^\circ$$

13. C

$$PA = PB \text{ 及 } \angle PAB = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ$$

$$\angle ACB = \angle PAB = 67^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 67^\circ - 28^\circ = 85^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

14. B

$$\angle ABC = \frac{82^\circ}{2} = 41^\circ$$

考慮 $\triangle ABP$ 。

$$38^\circ + 41^\circ + (90^\circ + \angle BAO) = 180^\circ$$

$$\angle BAO = 11^\circ$$

15. C

設 O 為圓心。則 O 、 A 、 C 、 T 共圓。

$$\angle AOC = 180^\circ - y \text{ 及}$$

$$x = \frac{180 - y}{2}$$

$$2x + y = 180^\circ$$

16. A

$$\angle YOZ = 360^\circ - 126^\circ - 134^\circ = 100^\circ$$

$$\angle OZP = \angle OYP = 90^\circ$$

$$\angle QPR = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

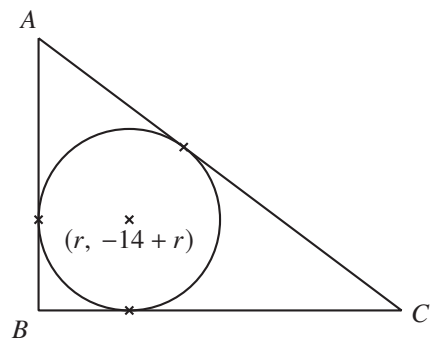
17. A

$$\angle ABC = 90^\circ.$$

設半徑為 r cm。

圓心的坐標為 $(r, -14 + r)$ 。

只有選項 A 有 $(r, -14 + r)$ 的格式。



18. D

$$\angle TAC = \angle ACE = 57^\circ$$

$$TA = TC \text{ 及 } \angle TCA = \angle TAC = 57^\circ$$

$$\angle ECD = 180^\circ - 57^\circ - 57^\circ = 66^\circ$$

19. B

設 $\angle ACB = 2\theta$ 。則 $\angle BAC = 3\theta$ 。

$$\angle ABC = 90^\circ.$$

$$2\theta + 3\theta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\theta = 18^\circ$$

$$\angle ACP = 90^\circ \text{ 及 } \angle BQC = 90^\circ - 3\theta = 36^\circ.$$

20. C

設半徑為 r cm。

$$15^2 + r^2 = (r + 9)^2$$

$$225 + r^2 = r^2 + 18r + 81$$

$$r = 8$$

所求半徑為 8 cm。

21. (a) $\angle OAQ = 90^\circ$ 1M
 $\angle OAD = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$
 由於 $OD = OA$, $\angle ADO = \angle OAD = 54^\circ$ 1A
- (b) 在 $\triangle ODA$ 中 , $\angle AOB = 54^\circ + 54^\circ = 108^\circ$ 1M
 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 1M
 在四邊形 $OAPB$ 中 ,
 $\angle APB + 90^\circ + 90^\circ + 108^\circ = 360^\circ$ 1M
 $\angle APB = 72^\circ$ 1A
22. $\angle FBP = 90^\circ$ 1M
 在 $\triangle ABF$ 中 , $\angle BAF = \angle FBP - \angle AFB = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$
 $\angle CAO = \angle BAO = \frac{1}{2}\angle BAF = 32^\circ$ 1M
 在 $\triangle OF$ 中 , $\angle AOB = \angle CAO + \angle F = 32^\circ + 26^\circ = 58^\circ$
 $\angle AOC = \angle AOB = 58^\circ$ 1M
 $\angle OGE = \frac{1}{2}\angle AOC = 29^\circ$
 $\angle GOE = \angle AOB = 58^\circ$
 在 $\triangle OGE$ 中 , $\angle CEO = \angle OGE + \angle GOE = 29^\circ + 58^\circ = 87^\circ$ 1M+1A
23. (a) $\angle OAC = \angle OBC = 90^\circ$ 1M
 在四邊形 $AOBC$ 中 ,
 $\angle AOB + 90^\circ + 46^\circ + 90^\circ = 360^\circ$ 1M
 $\angle AOB = 134^\circ$
 $\angle AEB = \frac{1}{2}\angle AOB = 67^\circ$ 1M
 $\angle BED = 67^\circ - a$ 1A
- (b) $\angle DAE = 90^\circ$ 1M
 在 $\triangle AEF$ 中 ,
 $\angle F + 67^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ 1M
 $\angle F = 23^\circ$ 1A
24. (a) 由於 $OC = OB$, $\angle OCB = \angle OBC = 62^\circ$ 。
 $\angle BOC = 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ = 56^\circ$ 1M
 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 28^\circ$ 1M+1A
- (b) 在 $\triangle AQC$ 中 ,
 $\angle ACQ + 90^\circ + 28^\circ = 180^\circ$ 1M
 $\angle ACQ = 62^\circ$
 由於 $PA = PC$, $\angle CAP = \angle ACQ = 62^\circ$ 。 1M
 在 $\triangle APQ$ 中 , $\angle APQ = 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ = 56^\circ$ 。 1M+1A

25. (a) 設 $\angle ABC = a^\circ$ 1M
 $\angle BAF = 90^\circ$
 在 $\triangle ABF$ 中, $\angle AFB = 180^\circ - 90^\circ - a = 90^\circ - a^\circ$
 由於 $CA = CF$, $\angle CAF = \angle CFA = 90^\circ - a^\circ$
 $\angle BAC = \angle BAF - \angle CAF = 90^\circ - (90^\circ - a) = a$
 $BC = BA$ 1M
 $\angle BCA = \angle BAC = a$
 在 $\triangle ABC$ 中,

$$a + a + a = 180^\circ$$
 1M

$$a = 60^\circ$$

 故此, $\angle ABC = 60^\circ$. 1A
- (b) $BA = BD$ 及 $BC = BA$ 1M
 故此, 可得 $BA = BD = BC$ 、 $\angle DAB = \angle ADB$ 及 $\angle BDC = \angle BCD = 45^\circ$.
 在 $\triangle BCD$ 中, $\angle CBD = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$. 1M
 $\angle ABD = \angle CBD - \angle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 在 $\triangle BDA$ 中,

$$\angle ADB + \angle DAB + 30^\circ = 180^\circ$$
 1M

$$2\angle ADB + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ADB = 75^\circ$$
 1A
26. (a) $\angle POA = \angle POQ$ 及 $\angle ROB = \angle ROQ$ 1M
 $64^\circ = \angle POQ + \angle ROQ = \angle POA + \angle ROB$ 1M
 $\angle OAP = \angle OBR = 90^\circ$
 在四邊形 $AOBT$ 中,

$$90^\circ + (64^\circ + 64^\circ) + 90^\circ + \angle ATB = 360^\circ$$
 1M

$$\angle ATB = 52^\circ$$
 1A
- (b) $PA = PQ$ 及 $RB = RQ$ 1M
 $16 \text{ cm} = TP + PA = TP + PQ$
 $TB = TA = 16 \text{ cm}$ 1M
 $16 \text{ cm} = TR + RB = TR + RQ$
 $\triangle TPR$ 的周界 $= 16 + 16 = 32 \text{ cm}$ 1A
27. (a) $\angle OCD = 90^\circ$ (切線 $\perp$ 半徑) 1M
 $\angle OAB = \angle OCD$ (圓內接四邊形外角) 1M
 $= 90^\circ$
 因此, BA 為較小的圓在 A 的切線。 (切線 $\perp$ 半徑的逆定理) 1A
- (b) 由於 $\angle OAB = 90^\circ$, OB 為較大的圓的直徑。 1M
 $OB = 2 \times 13 = 26 \text{ cm}$
 在 $\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ cm}$. 1M+1A