

Dexter Wong & His Mathematics Team

暑期課程 2022 – 2023

數學 必修部分

S5 – S6 Core 功課 第 1 套

名字：_____

電話：_____

學生編號：_____

分校：_____

上課日：日 / 一 / 二 / 三 / 四 / 五 / 六

考生須知

1. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
2. 除特別指明外，須詳細列出所有算式（多項選擇題除外）。
3. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
4. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

建議題解



派發於暑期課程

S5 – S6 Core

第 1 期 – 第 1 堂

1. **A**

$y = \sin x$ 的圖像沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍。

然後沿 y 軸縮小至原來的 $\frac{1}{3}$ 倍至所顯示的圖像。

$$\begin{aligned} T \text{ 的坐標} &= \left(\frac{1}{2} \times 270^\circ, \frac{1}{3} \times (-1) \right) \\ &= \left(135^\circ, -\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$

2. **C**

沿 x 軸放大至原來的 3 倍：

$$y = \tan x \rightarrow y = \tan \frac{x}{3}$$

沿 y 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍：

$$y = \tan \frac{x}{3} \rightarrow y = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{3}$$

3. **B**

$$y = f(x) \rightarrow y = f(-x) \rightarrow y = f(-2x)$$

沿 y 軸反射。

沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍。

答案為 **B**。

4. **A**

幾何曲線的圖像向上平移 b 單位。故此， $b > 0$ 。幾何曲線當底數大於 1 時為遞增。故此， $a^{-1} > 1$ 及因此 $0 < a < 1$ 。

5. **B**

I. **✓**。 $y = f(x - 2)$ 的圖像在 $y = f(x)$ 的右方 2 單位，有可能為 $y = g(x)$ 。

II. **✓**。 $y = f(-x + 2)$ 的圖像由 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 2 單位 [至 $y = f(x + 2)$] 然後沿 y 軸反射，亦有可能為 $y = g(x)$ 。

III. **✗**。 $y = f(-x - 2)$ 由 $y = f(x)$ 的圖像向右平移 2 單位 [至 $y = f(x - 2)$] 然後沿 y 軸反射。圖像的頂點應在 y 軸的左方。

6. **D**

$$y \text{ 截距} = 0.5^{0-1} + 1 = 2 + 1 = 3$$

當 x 為大數值時， 0.5^{x-1} 接近 0，故此 y 的數值接近 1。

只有選項 **D** 滿足此。

7. **B**

由 $y = f(x)$ 開始，

$$\text{沿 } x \text{ 軸反射} \rightarrow y = -f(x)$$

$$\text{向左平移 2 單位} \rightarrow y = -f(x + 2)$$

8. C

由 $y = f(x)$ 至 $y = g(x)$ 。

向左平移 4 單位及向下 3 單位。

故此， $g(x) = f(x + 4) - 3$ 。

9. B

$$y = \frac{4}{x} \rightarrow y = \frac{4}{x+4}$$

I. ✓。

II. ✗。當 $x = -3.5$ 時， $y = \frac{4}{-3.5+4} = 8$ 。

III. ✓。當 $x = 0$ 時， $y = \frac{4}{4} = 1$ ，只有一個 y 截距。

10. A

留意 $f(2) = f(5) = 0$ 。

A. ✓。

B. ✗。當 $x = -1$ 時， $y = f(1-1) = f(0) \neq 0$ 。

C. ✗。當 $x = -1$ 時， $y = -f(-1) - 1 \neq 0$ 。

D. ✗。當 $x = -1$ 時， $y = -f(-1) + 1 \neq 0$ 。

11. C

$$g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$$

將 $y = f(x)$ 的圖像沿 y 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，然後沿 x 軸反射得出 $y = g(x)$ 的圖像。
答案為 C。

12. A

$$y = f(x) \rightarrow y = -f(x) \rightarrow y = -f(x) + 1$$

新的圖像是將原圖

(a) 沿 x 軸反射，

(b) 向上平移 1 單位。

答案為 A。

13. B

$$y = f(x) \rightarrow y = f(-x) : \text{沿 } y \text{ 軸反射}$$

$$y = f(-x) \rightarrow y = f(-x) - 5 : \text{向下平移 5 單位}$$

14. B

該圖像通過 (0, 1) 及 (90, 0)。

答案為 B。

15. A

由 $y = f(x)$ 至 $y = f(2x + 1)$:

向左平移 1 單位 $\rightarrow$ 沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍 $\Rightarrow$ 選項 A

另一變換 :

沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍 $\rightarrow$ 向左平移 $\frac{1}{2}$ 單位 $\Rightarrow$ 選項 A

另一解法 :

留意 $f(0) = f(5) = 0$ 。

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left[2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1\right] = f(0) = 0 \text{ 及 } g(2) = f[2(2) + 1] = f(5) = 0。$$

$y = g(x)$ 的圖像有 x 截距 $-\frac{1}{2}$ 及 5 $\Rightarrow$ 選項 A。

16. B

向上 2 單位 $\Rightarrow y = \log x + 2$

沿 y 軸放大至原來的 3 倍 $\Rightarrow y = 3(\log x + 2) = 3 \log x + 6$

17. C

$$y = f(x) \rightarrow y = -f(x) \rightarrow y = -f(x - 2)$$

沿 x 軸反射。向右平移 2 單位。

答案為 C。

18. A

$y = -f(x - 1)$ 的圖像由

$y = f(x)$ 的圖像向右平移 1 單位；

沿 x 軸反射而成。

只有選項 A 滿足此。

19. D

設 $f(x) = (x - h)^2 + k$ 。結果的圖像為

$$y = -f(x - h)$$

$$= -(x - 2h)^2 - k$$

20. **B**

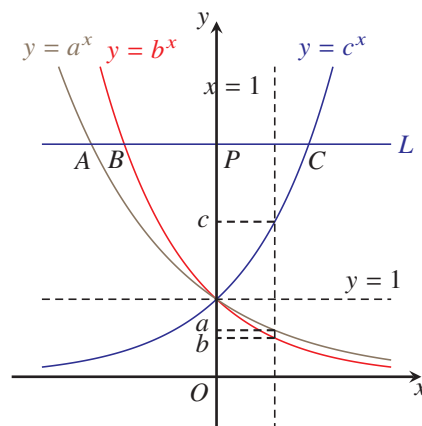
描繪直線 $x = 1$ 及 $y = 1$ 。

從圖中， $0 < b < a < 1 < c$ 。

I. ✓。從圖中， $0 < a < 1$ 及 $0 < b < 1$ 。故此， $ab < 1$ 。

II. ✗。 $y = b^x$ 與 $y = c^x$ 的圖像沿 y 軸對稱。因此， $b^{-1} = c$ 。
可得 $ac > bc = 1$ 。

III. ✓。



21. **D**

計算 $g(0.5)$ 的值。

A. ✗。 $g(0.5) = f\left(\frac{0.5}{2}\right) - 1 = f(0.25) - 1$

B. ✗。 $g(0.5) = f(1 + 1) = f(2)$

C. ✗。 $g(0.5) = f\left(\frac{0.5}{2} - 1\right) = f(-0.75)$

D. ✓。 $g(0.5) = f(1) - 1 = 0 - 1 = -1$

22. **D**

可得 $f(3) = 2$ 及 $g(3) = 1$ 。

A. ✗。 $g(3) = -2f(3) + 2 = -2(2) + 2 = -2 \neq 1$

B. ✗。 $g(3) = -2f(3) + 3 = -2(2) + 3 = -1 \neq 1$

C. ✗。 $g(3) = -\frac{1}{2}f(3) + 3 = -1 + 3 = 2 \neq 1$

D. ✓。 $g(3) = -\frac{1}{2}f(3) + 2 = -1 + 2 = 1$

23. **B**

I. ✓。當 $x = 0$ 時， $4 = p + q \tan 0^\circ = p$ 。

II. ✗。 $y = \tan x^\circ$ 為一遞增曲線。由於此曲線同為遞增， $q > 0$ 。

III. ✓。當 $x = -\alpha$ 時， $0 = 4 + q \tan(-\alpha)^\circ \Rightarrow \tan \alpha^\circ = \frac{4}{q} > 0$

24. A

留意 $f(2) = 1$ 對應 $g(5) = -1$ 。

- A. $\checkmark \circ g(5) = f(2) - 2 = 1 - 2 = -1$
- B. $\times \circ g(5) = f(2) + 2 = 1 + 2 = 3 \neq -1$
- C. $\times \circ g(5) = f(8) - 2 = ?$
- D. $\times \circ g(5) = f(8) + 2 = ?$

25. C

圖中顯示 $y = f(x)$ 及 $y = -f(x - 5)$ 的圖像。

$y = f(x)$ 的圖像沿 x 軸反射，然後向左平移 5 單位。

$$26. \quad (a) \quad \frac{2}{1+i} \times \frac{2}{1-i} = \frac{2}{a} \quad 1M$$

$$\frac{4}{1+1} = \frac{2}{a}$$

$$a = 1 \quad 1A$$

$$\frac{2}{1+i} + \frac{2}{1-i} = -\frac{b}{1}$$

$$\frac{(2-2i) + (2+2i)}{1+1} = -b$$

$$b = -2 \quad 1A$$

(b) 設 $g(x) = f(x) + k = x^2 - 2x + 2 + k$ ，其中 $k \neq 0$ 。

若 $y = g(x)$ 有兩個 x 截距，則 $g(x) = 0$ 有兩個實根及

$$\Delta = 2^2 - 4(1)(2+k) > 0 \quad 1M$$

$$-4 - 4k > 0$$

$$k < -1$$

$y = g(x)$ 的圖像可藉將 $y = f(x)$ 的圖像向下平移多於 1 單位而成。 1A

$$27. \quad (a) \quad 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x+1)(2x^2+x-6) = 0 \quad 1M$$

$$(x+1)(x+2)(2x-3) = 0$$

$$x = -1 \quad \text{或} \quad -2 \quad \text{或} \quad \frac{3}{2}$$

x 截距為 -1 、 -2 及 $\frac{3}{2}$ 。 1A

$$(b) \quad g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \text{ 及 } h(x) = -g(x)$$

$$h(x) = -f\left(\frac{x}{2}\right) \quad 1M+1A$$

$$= -\frac{x^3}{4} - \frac{3x^2}{4} + \frac{5x}{2} + 6 \quad 1A$$

$$28. \quad (a) \quad h(x) = f(-x+3) \quad 1M$$

$$= 2(-x+3)^2 - 8(-x+3) - 10$$

$$= 2x^2 - 4x - 16 \quad 1A$$

(b) 設 $f(x) = h(x+c)$ ，其中 c 為一常數。

$$2x^2 - 8x - 10 = 2(x+c)^2 - 4(x+c) - 16 \quad 1M$$

比較 x 的係數，

$$-8 = 4c - 4$$

$$c = -1 \quad 1A$$

$y = h(x)$ 的圖像向右平移 1 單位成 $y = f(x)$ 的圖像。 1A

29. (a) $\log_4 y = -\frac{1}{2}x + 3$ 1A
 $y = 4^{-\frac{1}{2}x+3}$ 1M
 $= 2^{-x} \cdot 64$
 $= 64 \left(\frac{1}{2}\right)^x$
 故此， $k = 64$ 及 $a = \frac{1}{2}$ 。 1A
- (b) $h(x) = 4f(x)$ 1A
 $= 64 \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
 $= 64 \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$
 $= f(x-2)$
 $y = h(x)$ 的圖像可藉 $y = f(x)$ 的圖像向右平移 2 單位。
 同意該宣稱。 1A
30. (a) $g(x) = f(-x) = (-x-3)^2 = (x+3)^2$ 1A
- (b) $g(x) = f(x+6)$ 。
 該圖像可藉將 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 6 單位求得。 1M
 同意該宣稱。 1A
- (c) $y = g(x)$ 的圖像的頂點在 $(-3, -0)$ 。
 頂點的像在 $\left(-\frac{3}{2}, 0-5\right) = \left(-\frac{3}{2}, -5\right)$ 。
 因此， $y = h(x)$ 的圖像的頂點的坐標為 $\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$ 。 1A
31. (a) $p(x) = f(x) + 3$ 1A
 $q(x) = 2f(x)$ 1A
 $r(x) = -f(x)$ 1A
- (b) $f(x) = -2[f(x) + 3] = -2f(x) - 6$ 1A
- (c) (i) $y = -2[(x^2 - 2x + 3) + 3]$ 1M
 $= -2x^2 + 4x - 12$ 1A
- (ii) 所得的圖像為
 $y = 2[-(x^2 - 2x + 3)] + 3$
 $= -2x^2 + 4x - 3$ 1A
- 由此，該圖像與 (c)(i) 的圖像不相同。 1