

Dexter Wong & His Mathematics Team

暑期課程 2022 – 2023

數學 必修部分

S4 – S5 Core 功課 第 2 套

名字：_____

電話：_____

學生編號：_____

分校：_____

上課日：日 / 一 / 二 / 三 / 四 / 五 / 六

考生須知

1. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
2. 除特別指明外，須詳細列出所有算式（多項選擇題除外）。
3. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
4. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

建議題解



派發於暑期課程

S4 – S5 Core

第 1 期 – 第 2 堂

1. B

$$\begin{aligned}\angle BOD &= 53^\circ \times 2 = 106^\circ \circ \\ \angle BCD &= \frac{360^\circ - 106^\circ}{2} = 127^\circ \circ \\ \angle CDO &= 360^\circ - 106^\circ - 41^\circ - 127^\circ = 86^\circ \circ\end{aligned}$$

2. B

$$\begin{aligned}\angle ADC &= 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ \\ \angle ADO &= 88^\circ - 61^\circ = 27^\circ \\ \angle OAD &= \angle ADO = 27^\circ \\ \angle AOD &= 180^\circ - 27^\circ - 27^\circ = 126^\circ\end{aligned}$$

3. C

$$\begin{aligned}\angle PQT &= b - a \text{ 及 } \angle TUR = \angle PQT = b - a \circ \\ (b - a) + c &= 180^\circ \\ a &= b + c - 180^\circ\end{aligned}$$

4. D

$$\begin{aligned}\angle BDC &= \angle BAC = 32^\circ \\ \angle CBD &= \angle BDC \times \frac{3}{2} = 48^\circ \\ \angle ABC &= \angle BDC \times \frac{1}{2} = 16^\circ \\ \angle ACD &= 180^\circ - 16^\circ - 32^\circ - 48^\circ = 84^\circ \\ \angle AED &= 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ\end{aligned}$$

5. A

$$\begin{aligned}OB &= OC \circ \angle ODC = \angle ODB = a \circ \\ \angle BOC &= 2\angle BAC = 2b \circ \\ \angle BOC + \angle BDC &= 180^\circ \\ a + b &= 90^\circ\end{aligned}$$

6. D

$$\begin{aligned}\angle CDF &= x + 43^\circ \text{ 及 } \angle DCF = \angle BAD = x \circ \\ x + (x + 43^\circ) + 33^\circ &= 180^\circ \\ x &= 52^\circ\end{aligned}$$

7. C

$$\begin{aligned}\angle CAB &= \angle CDB = 56^\circ \circ \\ \angle ABC &= \angle ACB = \frac{180^\circ - 56^\circ}{2} = 62^\circ \circ \\ \angle ADE &= \angle ABC = 62^\circ \circ\end{aligned}$$

8. D

設 $\angle ADB = 3\theta$ 。則 $\angle BDC = 2\theta$ 及 $\angle CBD = \theta$ 。

$$80^\circ + (3\theta + 2\theta) = 180^\circ$$

$$\theta = 20^\circ$$

$$\angle DBA = 80^\circ - \theta = 60^\circ。$$

9. A

留意 $\triangle PAC \sim \triangle PDB$ 。

$$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$$

$$\frac{4}{5 + CD} = \frac{5}{4 + 5}$$

$$CD = 2.2$$

10. C

$$\angle EBC = \angle EDF = 76^\circ。$$

$$\angle AEC = \angle EBC \times \frac{1+1}{3+1} = 38^\circ。$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle AEC = 142^\circ。$$

11. C

$$\angle ABC = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

$$\angle ABD = 90^\circ \text{ 及 } \angle CBD = 112^\circ - 90^\circ = 22^\circ$$

$$\angle BDC = \angle CBD = 22^\circ \text{ 及 } \angle ADB = 68^\circ - 22^\circ = 46^\circ$$

12. A

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle DCE = 82^\circ。$$

$$\angle ABE = \angle BAD - \angle AEB = 47^\circ。$$

13. C

$$\angle BAD : \angle BCD = (3 + 5) : (3 + 4)$$

$$= 8 : 7$$

$$\text{由於 } \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ, \angle BAD = 180^\circ \times \frac{8}{8+7} = 96^\circ。$$

14. D

$$\text{反角 } \angle SOP = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$

$$\angle STP = \frac{260^\circ}{2} = 130^\circ$$

$$\angle RTP = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle STR = 130^\circ - 45^\circ = 85^\circ$$

15. C

$$\angle AOE = 2 \times 25^\circ = 50^\circ.$$

由於 $OA = AE$ ， $\angle AEO = \angle AOE = 50^\circ$ 。

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle ADC = 155^\circ.$$

$$\angle ECB = \angle ABC - \angle BEC = 105^\circ.$$

16. D

$$\angle P + \angle R = 180^\circ$$

$$\angle P = 180^\circ \times \frac{3}{3+5}$$

$$= 67.5^\circ$$

$$\angle Q = \angle P \times \frac{4}{3}$$

$$= 90^\circ$$

$$\angle S = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

17. C

$$\widehat{AOB} : \widehat{BOC} : \widehat{COD} = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} = 4 : 6 : 5$$

$$\angle AOB + \angle BOC = (360^\circ - 105^\circ) \times \frac{4+6}{4+6+5}$$

$$= 170^\circ$$

$$\text{反角 } \angle AOC = 360^\circ - 170^\circ = 190^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{190^\circ}{2} = 95^\circ$$

18. B

留意 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 。

$$\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$$

$$\frac{1.2}{3.6} = \frac{DE}{3}$$

$$DE = 1 \text{ cm}$$

留意 $\triangle BFC \sim \triangle DFE$ 。

$$\frac{DF}{BF} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{DF}{2.7} = \frac{1}{3}$$

$$DE = 0.9 \text{ cm}$$

19. C

$$\angle BCE = 180^\circ - \angle BFE = 65^\circ$$

$$\angle DCE = 105^\circ - 65^\circ = 40^\circ$$

由於 $\widehat{CD} = \widehat{DE}$ ， $\angle DEC = \angle DCE = 40^\circ$ 。

$$\angle CEF = 95^\circ - 40^\circ = 55^\circ$$

$$\angle ABF = \angle CEF = 55^\circ$$

$$\angle BAF = 115^\circ - 55^\circ = 60^\circ$$

20. C

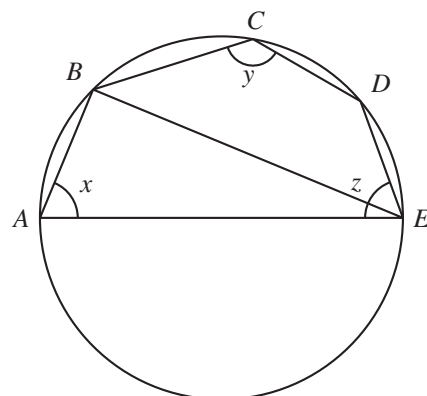
作線段 BE 。

$$\angle ABE = 90^\circ$$

$$x + \angle AEB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$y + \angle BED = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} x + y + z &= x + (\angle AEB + \angle BED) + y \\ &= 270^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
21. \quad \angle BAD &= 180^\circ - 108^\circ & 1M \\
&= 72^\circ \\
\angle DCE + 80^\circ + 72^\circ &= 180^\circ & 1M \\
\angle DCE &= 28^\circ & 1A \\
\angle ADE = \angle DAE = \angle DCE &= 28^\circ & 1M \\
\angle ABE = \angle ADE &= 28^\circ & 1M \\
\angle EBC + 28^\circ + 108^\circ &= 180^\circ \\
\angle EBC &= 44^\circ & 1A
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
22. \quad \angle ADB = \angle BDC &= 32^\circ & 1A \\
\angle ABD &= 90^\circ & 1A \\
\angle BAD &= 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ & 1A \\
\angle BCD &= 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ & 1M+1A
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
23. \quad (a) \quad \angle ADE &= 90^\circ & (\text{已知}) \\
\angle ABC &= 90^\circ & (\text{已知}) \\
&= \angle ADE \\
\angle EAD &= \angle CAB & (\text{公共角}) \\
\triangle ADE &\sim \triangle ABC & (AA)
\end{aligned}$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

$$(b) \quad EB = AE = 20 \text{ cm.} \quad 1A$$

$$DE = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \text{ cm} \quad 1M$$

由於 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\begin{aligned}
\frac{BC}{AB} &= \frac{DE}{AD} \\
\frac{BC}{20 + 20} &= \frac{12}{16} & 1M \\
BC &= 30 \text{ cm}
\end{aligned}$$

由於 $\angle CBE = 90^\circ$, CE 為所求之圓的直徑。 1M

設該圓的半徑為 r 。

$$(2r)^2 - 20^2 = 30^2$$

$$r^2 = 325$$

所求面積為 $r^2\pi = 325\pi \text{ cm}^2$ 。 1A

24. (a) $\angle QPR = \angle SPT$ (已知)

$PR = PS$ (已知)

$\angle PTS = \angle PQR$ (等弦對等角)

$\triangle PQR \cong \triangle PTS$ (AAS)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\triangle PQR \cong \triangle PTS$

$QR = TS$

1M

$\angle TRS = \angle SQT$

1M

因此， $QT \parallel RS$ 。同意該宣稱。

1A

25. (a) 設 G 為 DE 上的一點使得 $AE \parallel BG$ 。

$\angle ABG + 104^\circ = 180^\circ$

1M

$\angle ABG = 76^\circ$

1A

$\angle CBG + 128^\circ = 180^\circ$

$\angle CBG = 52^\circ$

$\angle ABC = 76^\circ + 52^\circ = 128^\circ$

1A

(b) $\angle ABC = 128^\circ$ (已證明)

$\angle DCB = 128^\circ$ (已知)

$= \angle ABC$

$BC = CB$ (公共邊)

$\angle BAC = \angle BDC$ (同弓形內的圓周角)

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (AAS)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

26. (a) $AD = DB$ (已知)
 $AE = EC$ (已知)
 $DE \parallel BC$ (中點定理)
 $\angle AED = \angle ACB = 60^\circ$ (同位角, $DE \parallel BC$)
 $\angle AEF = 180^\circ - \angle AED = 120^\circ$ (直線上的鄰角)
 $\angle BDF = 180^\circ - \angle ABC$ (同旁內角, $DE \parallel BC$)
 $= 120^\circ = \angle AEF$
 $\angle EAF = \angle FBC$ (同弓形內的圓周角)
 $\angle DFB = \angle FBC$ (錯角, $DE \parallel BC$)
 $= \angle EAF$
 $\triangle AEF \sim \triangle FDB$ (AA)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

- (b) 設 $EF = x$ 。 $\triangle ADE$ 為等邊三角形。

$$\triangle AEF \sim \triangle FDB$$

$$\frac{AE}{EF} = \frac{DF}{BD} \quad 1M$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1+x}{1} \quad 1A$$

$$0 = x^2 + x - 1$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{或} \quad \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \quad (\text{捨去}) \quad 1A$$

27. (a) $\angle ADC = 90^\circ$ 及 $\angle CDE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 1A
 $\angle DCE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 1A
 $\angle CED = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ = \angle CDE$
 因此， $CD = CE$ 及 $\triangle CDE$ 為等腰三角形。 1A
- (b) 在 $\triangle BEF$ 中， $\angle EBF = 90^\circ$ 及 $\angle BEF = 30^\circ$ 。
 因此， $\angle EBF = \frac{BE}{\cos 30^\circ}$ 。
 在 $\triangle CDE$ 中， $DE = 2CE \cos 30^\circ$ 。
 在 $\triangle ADF$ 中， $DF = AD = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ 。

$$2CE \cos 30^\circ + \frac{BE}{\cos 30^\circ} = 5\sqrt{3}$$
 1M

$$BC \cos 30^\circ + \frac{BC}{2 \cos 30^\circ} = 5\sqrt{3}$$

$$BC = 6 \text{ cm}$$
 1A
- (c) 設 M 為 DF 的中點。
 $GM = \frac{DF}{2} \times \tan 30^\circ = \frac{5}{2} \text{ cm}$ 1A
 $CE = \frac{BC}{2} = 3 \text{ cm}$
 $\triangle GDE$ 的面積 $= \frac{1}{2}(GM)(DE)$
 $\triangle CDE$ 的面積 $= \frac{1}{2}(CE \sin 30^\circ)(DE)$
 $= \frac{1}{2}(1.5)(DE)$
 $< \frac{1}{2}(GM)(DE)$
 $\triangle CDE$ 的面積 $< \triangle GDE$ 的面積
 同意該宣稱。 1A