

Dexter Wong & His Mathematics Team

暑期課程 2022 – 2023

數學 必修部分

S4 – S5 Core 功課 第 1 套

名字：_____

電話：_____

學生編號：_____

分校：_____

上課日：日 / 一 / 二 / 三 / 四 / 五 / 六

考生須知

1. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
2. 除特別指明外，須詳細列出所有算式（多項選擇題除外）。
3. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
4. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

建議題解



派發於暑期課程

S4 – S5 Core

第 1 期 – 第 1 堂

1. D

$$\angle DCK = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ。$$

$$\angle ABK = \angle DCK = 58^\circ \text{ 及 } \angle AKB = \angle ABK = 58^\circ。$$

$$\angle KDC = \angle BAK = 180^\circ - 58^\circ - 58^\circ = 64^\circ。$$

2. B

$$\angle ACB = \angle QCB = 90^\circ。$$

$$\angle BPC = \angle BAC = 30^\circ。$$

$$\angle ACP = \angle QPC + \angle CQP = 55^\circ。$$

$$\angle PCB = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ。$$

3. D

留意 $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ 。

設半徑為 r 。

$$\frac{BM}{DM} = \frac{CM}{AM}$$

$$\frac{1.5r}{3} = \frac{4}{0.5r}$$

$$0.75r^2 = 12$$

$$r = 4 \text{ 或 } -4 \text{ (捨去)}$$

4. B

$$\angle CAD = 90^\circ \text{ 及 } \angle BAC = 116^\circ - 90^\circ = 26^\circ$$

$$\angle AEF = 78^\circ - 26^\circ = 52^\circ$$

$$\angle ACD = \angle AEF = 52^\circ$$

$$\angle ABD = 52^\circ - 26^\circ = 26^\circ$$

5. C

$$\angle QPS = 90^\circ$$

$$\angle QPR = 28^\circ + 32^\circ = 60^\circ$$

$$\angle RPS = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

6. B

$$\angle BAO = \angle ABO = 15^\circ$$

$$\angle CAO = \angle ACO = 40^\circ$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2(15^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$$

7. B

$$\angle DCE = \frac{44^\circ}{2} = 22^\circ。$$

$$\angle BCE + \angle BAE = 180^\circ$$

$$(y - 22^\circ) + x = 180^\circ$$

$$x + y = 202^\circ$$

8. C

$$\angle ACE = 34^\circ - 20^\circ = 14^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ACE = 14^\circ$$

$$\angle ADB = x + 46^\circ$$

$$\angle ACB = \angle ADB = x + 46^\circ$$

考慮 $\triangle ABC$ 。

$$(x + 14^\circ) + 34^\circ + (x + 46^\circ) = 180^\circ$$

$$x = 43^\circ$$

9. D

$$\angle ADC = 90^\circ, \angle ADE = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ。$$

$$\angle BCE = \angle ADE = 42^\circ \text{ 及 } \angle BEC = 180^\circ - 42^\circ - 56^\circ = 82^\circ。$$

10. B

$$\angle BDC = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ \text{ 及 } \angle ACD = 90^\circ。$$

$$\angle BEC = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ。$$

11. B

$ABCD$ 的面積為 $\triangle ACD$ 及 $\triangle ABC$ 的面積之和。

$\triangle ACD$ 的面積為固定數，而當 B 距離 AC 最遠時， $\triangle ABC$ 的面積為最大。

$$\angle ADC = 90^\circ \text{ 及 } AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}。$$

$$\text{所求面積} = \frac{(6)(8)}{2} + \frac{(10)(5)}{2}$$

$$= 49 \text{ cm}^2$$

12. B

$$\angle OCA = \angle OAC = 35^\circ$$

$$\angle ACO = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$

$$\text{反角 } \angle ACO = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{250^\circ}{2} = 125^\circ$$

$$\angle ACB = \angle OAC = 35^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 125^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

13. D

$$\angle CED = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ。$$

$$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$$

$$x + (y + 15^\circ) = 180^\circ$$

$$x + y = 165^\circ$$

14. [C]

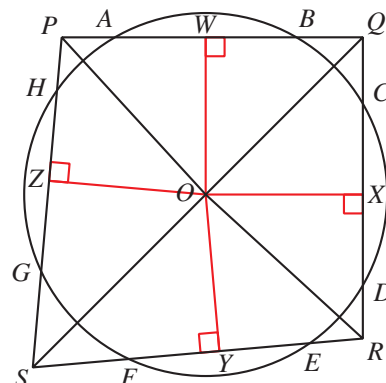
設 W 、 X 、 Y 及 Z 分別為 AB 、 CD 、 EF 及 GH 的中點。

$$\triangle PWO \cong \triangle PZO, \triangle QWO \cong \triangle QXO。$$

$$\triangle RXO \cong \triangle RYO, \triangle SYO \cong \triangle SZO。$$

$$\angle XOZ = 2 \times \angle POQ = 172^\circ。$$

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\text{反角} \angle XOZ) = \frac{360^\circ - 172^\circ}{2} = 94^\circ。$$



15. [B]

$$\angle DAO = \angle ADO = 46^\circ \text{ 及 } \angle OCA = \angle OAC = 64^\circ - 46^\circ = 18^\circ。$$

$$\angle AOC = 180^\circ - 2 \times 18^\circ = 144^\circ \text{ 及 反角 } \angle AOC = 360^\circ - 144^\circ = 216^\circ。$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 216^\circ = 108^\circ。$$

16. [B]

$$\angle ABE = \angle BAD + \angle ADB = 33^\circ + 48^\circ = 81^\circ$$

$$\angle ACE = \angle ABE = 81^\circ$$

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\angle BCE = 90^\circ - 81^\circ = 9^\circ$$

17. [C]

$$\angle ABE = \angle ADE = 28^\circ \text{ 及 } \angle ABC = 90^\circ。$$

$$\text{所以, } \angle CBE = 28^\circ + 90^\circ = 118^\circ。$$

18. [B]

$$\angle EBD = \angle ADB - \angle DEB = 40^\circ \text{ 及 } \angle CAD = \angle CBD = 40^\circ。$$

$$\angle BAD = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ。$$

所以, BD 是圓的直徑。

$$\angle ACB = \angle ADB = 55^\circ \text{ 及 } \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ - 55^\circ = 75^\circ \neq 90^\circ。$$

所以, AC 不是圓的直徑。

19. [A]

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 38^\circ, \angle BOD = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$$

$$\angle ADC = \angle ABC = 142^\circ, \angle ODE = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ。$$

$$\angle BED = 76^\circ + 38^\circ = 114^\circ$$

20. D

由於 $AD = BQ = CQ$ ，三條弦至圓心的距離相等。

留意 $\triangle OYP \cong \triangle OZP$ 及 $\triangle OYR \cong \triangle OXR$ 。

設 $\angle YPO = \angle ZPO = a$ 及 $\angle YRO = \angle XRO = b$ 。在 $\triangle POR$ 中，

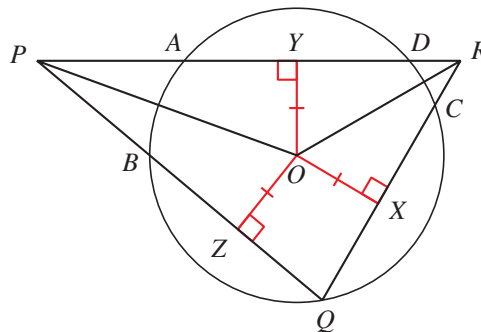
$$130^\circ + a + b = 180^\circ$$

$$a + b = 50^\circ$$

在 $\triangle PQR$ 中，

$$\angle PQR + 2(a + b) = 180^\circ$$

$$\angle PQR = 80^\circ$$



21. D

$\angle CAB = \angle CDB = \angle DBA = \angle DCA = 20^\circ$ 及 $\angle ACB = 90^\circ$ 。

$\angle CBD = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 50^\circ$ 。

22. A

設 $\angle ODC = x$ 。

$\angle BOA = 180^\circ - 2 \times 66^\circ = 48^\circ$ 。

$\angle COD = \angle ODC = x$ 及 $\angle OBC = \angle OCB = \angle COD + \angle CDO = 2x$ 。

$\angle BOA = \angle OBD + \angle ODB$

$$48^\circ = 2x + x$$

$$x = 16^\circ$$

23. D

反角 $\angle AOC = 2x$ 。所以， $y = 360^\circ - 2x$ 。

24. A

設 $OA = r$ cm。

$\angle OMA = 90^\circ$

考慮 $\triangle OAM$ 。

$$r^2 = (r - 2)^2 + 3^2$$

$$r^2 = r^2 - 4r + 13$$

$$r = 3.25$$

$$OM = r - 2 = 1.25 \text{ cm}$$

31. D

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\angle ABD = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

$$\angle ODB = \angle ABD = 18^\circ$$

$$\angle ODC = \angle DCE = 46^\circ$$

$$\angle EDC = \angle ODC - \angle ODB = 46^\circ - 18^\circ = 28^\circ$$

32. B

設 O 為圓心，及 N 為 AB 的中點使得 $ON \perp AB$ 。

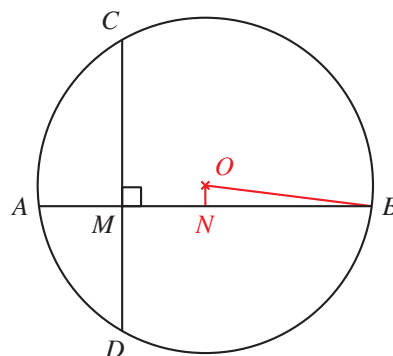
$$\triangle AMD \sim \triangle CMB$$

$$\frac{AM}{MD} = \frac{CM}{MB}$$

$$CM = 4$$

$$NB = \frac{2+6}{2} = 4 \text{ 及 } ON = 4 - \frac{4+3}{2} = 0.5$$

$$\text{半徑} = \sqrt{4^2 + 0.5^2} \approx 4.03$$



33. C

設 M 、 N 及 T 分別為 AB 、 CD 及 EF 的中點。

$$AB = CD = EF \Rightarrow OT = OM = ON$$

$$\triangle OMQ \cong \triangle ONQ \text{ 及 } \triangle ONR \cong \triangle OTR$$

$$\text{設 } \angle OQN = a \text{ 及 } \angle ORN = b。$$

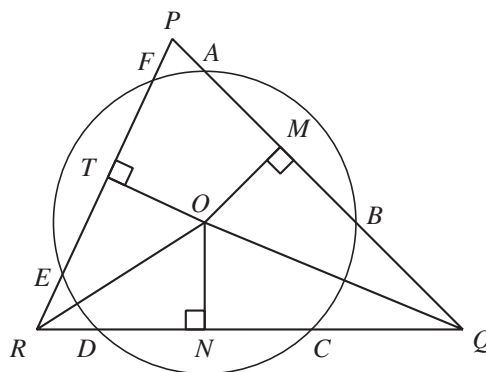
$$\text{可得 } \angle OQM = a \text{ 及 } \angle ORT = b。$$

$$2a + 2b + 42^\circ = 180^\circ$$

$$a + b = 69^\circ$$

$$\angle QOR = 180^\circ - (a + b)$$

$$= 111^\circ$$



34. B

$$\text{設圓心為 } O。 \text{半徑} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}。$$

$$\angle BOC = 2 \times 35^\circ = 70^\circ \text{ 及 } \angle AOB = 110^\circ$$

$$\text{所求的面積} = 5^2 \pi \times \frac{110^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} (5)^2 \sin 110^\circ$$

$$\approx 12.3 \text{ cm}^2$$

35. A

$$OM \perp BC \text{ 及 } OM = \sqrt{OC^2 - MC^2} = 8。$$

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 4\sqrt{5} \text{ 及 } AD = 2AM = 8\sqrt{5}。$$

36. B

$$\angle BCD = 90^\circ \text{ 及 } \angle BDC = \angle DBC = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ \circ$$

$$\angle BAC = \angle BDC = 45^\circ \text{ 及 } \angle ABE = \angle AEB = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67.5^\circ \circ$$

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ 及 } \angle BDA = 180^\circ - 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ \circ$$

$$\angle ACB = \angle BDA = 22.5^\circ \circ$$

37. C

$$AB = 2AM = 8 \text{ cm} \circ$$

$$OM \perp AB \text{、} ON \perp CD \text{ 及 } OM = ON \circ \text{ 所以，} CD = AB = 8 \text{ cm} \circ$$

38. B

$$\angle CDB = x \text{ 及 } \angle DBE = x - 35^\circ \circ$$

$$(x - 35^\circ) + x = 81^\circ$$

$$x = 58^\circ$$

39. $\angle ABC = 90^\circ$ 1A
 $\angle CBD = \angle DAC = 25^\circ$ 1A
 $\angle ABP = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 1A
 $\angle BAP = 180^\circ - 65^\circ - 75^\circ = 40^\circ$ 1A
40. $\angle BAC = \angle BDC = 50^\circ$ 1A
 $\angle ABD = \frac{180^\circ - 50^\circ - 20^\circ}{2} = 55^\circ$ 1M+1A
 $\theta = \angle ACD = \angle ABD = 55^\circ$ 1A
41. $\angle DAC = \angle CBD = 25^\circ$ 1A
 $\angle ADC = 90^\circ$ 1A
 $\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 1A
 $\angle CDE = 128^\circ - 65^\circ = 63^\circ$ 1A
42. (a) 設 $\angle AOE = x^\circ$ 。
則 $\angle AEO = x$ 及 $\angle DBE = \frac{x}{2}$ 。 1A
 $x + \frac{x}{2} = 48^\circ$
 $x = 32^\circ$ 1A
(b) $\angle OAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 及 $\angle AOB = 180^\circ - 2 \times 64^\circ = 52^\circ$ 。 1A
 $\frac{\widehat{AB}}{AE} = \frac{2(AO)\pi \times \frac{52^\circ}{360^\circ}}{AO}$ 1M
 $\approx 0.908 < 1$
故此， $\widehat{AB} < AE$ 。同意該宣稱。 1A
43. (a) $\angle DBA = \angle ACD = x$ 1A
 $\angle CAB = \angle CEB + \angle ACD = x + 15^\circ$ 1A
(b) $\angle ACB = 90^\circ$ 1A
 $(x + 15^\circ) + 90^\circ + (45^\circ + x) = 180^\circ$ 1M
 $x = 15^\circ$ 1A
44. 由於 $AF = BF$ ， $\angle FAB = \angle ABF = 35^\circ$ 。 1A
 $\angle BFC = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$
由於 $BE \parallel CD$ ， $\angle GCD = \angle BFC = 70^\circ$ 。 1A
 $\angle BDC = \angle BAC = 35^\circ$ 1A
考慮 $\triangle CDG$ ， $\angle BGC = 35^\circ + 70^\circ = 105^\circ$ 。 1A

45. (a) $AB^2 + BC^2 - AC^2 = 5^2 + 12^2 - 13^2 = 0$ 1M
 故此， $AB^2 + BC^2 = AC^2$ 及 $\angle ABC = 90^\circ$ 。 1A

(b) $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 90^\circ$

設 $AD = DC = x$ cm。

$$x^2 + x^2 = 13^2$$
 1M

$$x = \frac{13\sqrt{2}}{2}$$

所求周界 $= 5 + 12 + \frac{13\sqrt{2}}{2} \times 2$ 1M

$$= (17 + 13\sqrt{2}) \text{ cm}$$
 1A

(c) 設 h 為由 D 至 AC 的最短距離。

$$\frac{1}{2}(h)(13) = \frac{1}{2}\left(\frac{13\sqrt{2}}{2}\right)^2$$
 1M

$$h = 6.5$$

點 F 不存在。 1A

46. (a) $\triangle ADE \sim \triangle BCE$ 1A

$$\frac{CE}{DE} = \frac{BE}{AE}$$
 1M

$$\frac{CE}{14} = \frac{62.5}{50}$$

$$CE = 17.5 \text{ cm}$$
 1A

(b) (i) 在 $\triangle BCE$ 中，

$$BC^2 + CE^2 = 60^2 + 17.5^2$$
 1M

$$= 62.5^2 = BE^2$$

$$\angle BCE = 90^\circ$$
 (畢氏定理的逆定理) 1M

因此， AB 為該圓的一直徑。 (半圓上的圓周角的逆定理)。 1A

(ii) $AB = \sqrt{60^2 + (50 + 17.5)^2} = \frac{15\sqrt{145}}{2}$ 1M

設 θ 為對應 $\widehat{BC}$ 的圓心角。

$$\tan \frac{\theta}{2} = \tan \angle BAC$$

$$= \frac{60}{67.5}$$
 1M

$$\theta \approx 83.3^\circ$$

$$\widehat{BC} = \frac{15\sqrt{145}}{2} \pi \left(\frac{\theta}{360^\circ} \right) \approx 65.6 \text{ cm}$$
 1A